



Universitätsbibliothek
Heidelberg

Festreden in der Heidelberger Akademie der Wissenschaften

gehalten von Leo Koenigsberger

Neu herausgegeben von **Gabriele Dörflinger**.
Universitätsbibliothek Heidelberg, 2010.

<http://ub-fachinfo.uni-hd.de/math/akademie/festreden.pdf>

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	2
1 Eröffnungssitzung der Heidelberger Akademie der Wissenschaften	3
2 Zur Erinnerung an Jacob Friedrich Fries	9
3 Die Mathematik — eine Geistes- oder Naturwissenschaft?	26

Einleitung

Leo Koenigsberger verfolgte bereits 1886 zum 500-jährigen Jubiläum der Heidelberger Universität die Einrichtung einer Akademie der Wissenschaften. Damals konnte dieser Plan nicht realisiert werden. Aber mit der Stiftung *Heinrich Lanz*' lebte 1909 der Akademieplan wieder auf. Koenigsberger berichtet in seinen 1919 erschienenen Erinnerungen *Mein Leben*

Aber noch EINES Ereignisses muß ich am Schlusse dieser Aufzeichnungen gedenken, das meinem durch das Schicksal begünstigten Leben einen harmonischen Abschluß gab:

Als ich vor dem großen Heidelberger Universitätsjubiläum unserm allverehrten Großherzog die von mir verfaßte Festschrift überreichte, teilte er mir mit, daß er beabsichtige, der Universität eine Jubiläumsgabe zur Gründung einer Badischen Akademie der Wissenschaften, die ihren Sitz abwechselnd in Heidelberg, Freiburg und Karlsruhe haben sollte, überreichen zu lassen, und ersuchte mich, ihm die Statuten der Göttinger und Münchener Akademie zur Einsicht vorzulegen.

Bei einer weiteren Besprechung zeigte es sich sehr bald, daß der wechselnde Sitz der Akademie in Wirklichkeit kaum durchführbar sei, und der Großherzog neigte sich der Ansicht zu, daß Heidelberg, zu dessen Jubiläum die Akademie ins Leben treten sollte, auch der feste Sitz dieser Körperschaft sein sollte. Die Akademie würde wohl am besten zur Vermeidung von Reibereien unter den Mitgliedern selbst keinen Präsidenten erhalten, sondern die Leitung der Geschäfte der mathematisch-naturwissenschaftlichen und philosophisch-historischen Klasse zwei Sekretären übertragen werden, welche mit Ausnahme der beiden ersten vom Großherzog zu ernennenden für eine von der Akademie festzustellende Anzahl von Jahren von den einzelnen Klassen selbst gewählt und vom Großherzog bestätigt würden.

Leider scheiterte der Plan an Schwierigkeiten, deren Beseitigung leicht die Freude der Jubiläumstimmung hätte beeinträchtigen können. Als sich nun im Frühjahr 1909 durch die Freigebigkeit der schon durch so viele humane und weittragende Stiftungen bekannten Familie LANZ in Mannheim und durch kräftiges Eintreten für die Interessen der Universität von seiten unseres juristischen Kollegen ENDEMANN für die Heidelberger Gelehrten die Gelegenheit bot, die Frage der Gründung einer Akademie wieder aufzunehmen, da brauchte man nur, um die Zustimmung des nunmehr regierenden Landesherrn zu gewinnen, an die früher gehegte Absicht des verstorbenen Großherzogs anzuknüpfen, und so gelang es, ganz ohne Schwierigkeiten, die erste Festsitzung der neu gegründeten Akademie der Wissenschaften noch im Sommer desselben Jahres abzuhalten, für welche ich als erster Vorsitzende derselben mit der Festrede beauftragt wurde. . . .

In den ersten sieben Jahren des Bestehens der Akademie führten WINDELBAND den Vorsitz in der philosophisch-historischen, ich den in der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse.

1 Eröffnungssitzung der Heidelberger Akademie der Wissenschaften

Festrede am 3. Juli 1909

Am 3. Juli 1909 fand vormittags 10 Uhr in der Universitäts-Aula in Anwesenheit Ihrer Königlichen Hoheiten des Großherzogs und der Großherzogin und Seiner Großherzoglichen Hoheit des Prinzen Maximilian von Baden die feierliche Eröffnungssitzung der Akademie statt.

Der geschäftsführende Sekretär Herr KOENIGSBERGER hielt die Eröffnungsrede:

*„Allerdurchlauchtigster Großherzog!
Allerdurchlauchtigste Großherzogin!
Durchlauchtigste, hochangesehene Festversammlung!*

Vor mehr als 20 Jahren hat Ewr. Königlichen Hoheit unvergeßlicher Vater in seiner unermüdlichen Fürsorge für die geistigen und materiellen Güter seines Volkes dem Gedanken Raum gegeben, seinem Lande eine Akademie der Wissenschaften zu schenken, und Heidelbergs ausgezeichnetem Physiologen KUEHNE und mir selbst einen Einblick in seinen hochherzigen Plan zu gestatten geruht.

Noch sehe ich ihn leuchtenden Auges vor mir stehen, durchgeistigt und beseelt von der ihn beglückenden Idee einer sittlich schönen und reiche Früchte verheißenden Tat, für die sich nur ein Fürst begeistern konnte, der stets die Hochschulen seines Landes als die Kleinodien seines unveräußerlichen Besitzes bewahrte und bewachte.

Aber Zeit, Umstände und Personen waren der Ausführung seines weittragenden Gedankens nicht günstig, und gewiß war es unserem geliebten Fürsten nicht leicht geworden, auf die Realisierung seiner Pläne zu verzichten.

Und heute, nachdem eine Generation dahingegangen, stehen wir vor Ewr. Königlichen Hoheit, dem Sohne jenes edlen und gerechten Herrschers, und nehmen dankerfüllt das Geschenk entgegen, das Ew. Königliche Hoheit uns durch die Versicherung darreichen, der Gründung der Heidelberger Akademie der Wissenschaften Beachtung und Gunst zu schenken und Höchstselbst das Protektorat über diese Vereinigung von Gelehrten übernehmen zu wollen.

Auch heute waren Zeit und Umstände einem so breit angelegten und so große materielle Mittel erheischenden Unternehmen nicht günstig. Aber es hat sich allmählich ein Umschwung vollzogen in unserem deutschen Vaterlande, und zum Glück und zur Ehre unserer Nation treten jetzt groß- und edelgesinnte Männer helfend ein, wo die Mittel des Staates versagen oder zur Abhilfe dringenderer Bedürfnisse notwendig sind. Und so fand auch der Gedanke der Gründung einer Akademie an der Stätte unserer von alters her an Ruhm reichen Universität einen freudigen und begeisterten Widerhall in der edlen Denkweise und der bewährten Freigebigkeit der Witwe und des Sohnes *des* Mannes, der durch unablässige Arbeit und weiten Blick seinem Namen eine Stelle unter den größten Industriellen unseres deutschen Vaterlandes erobert hat; sie haben uns in hochherziger Weise die Mittel gewährt, welche die materielle Basis der Akademie zu sichern vermögen — die Akademie, geschaffen zur

Ehrung von *Heinrich Lanz*, wird stets der Familie *Lanz* in unserer reichen und stets opferbereiten Nachbarstadt Mannheim in Verehrung und Dankbarkeit gedenken.

Ew. Königliche Hoheit haben die Gnade gehabt, je einen beständigen Sekretär der mathematisch-naturwissenschaftlichen und der philosophisch-historischen Klasse, sowie je neun ordentliche Mitglieder mit dem Wohnsitz in Heidelberg zu ernennen und haben durch Schaffung der Klasse der außerordentlichen Mitglieder mit dem Wohnsitz in unserem engeren Vaterlande Baden einen innigeren Kontakt zwischen den Gelehrten Ihres Landes und ein vereintes Streben und Arbeiten zum Ruhme Badens ermöglichen wollen. Die Akademie hat bereits in ihrer ersten Gesamtsitzung die Wahl von 36 außerordentlichen Mitgliedern (und zwar 22 in Heidelberg, 10 in Freiburg und 4 in Karlsruhe) vollzogen, und wegen ihrer hervorragenden Verdienste um die Gründung unserer Akademie die Herren KARL LANZ in Mannheim, Ehrendoktor der naturwissenschaftlich-mathematischen Fakultät, und FRIEDRICH ENDEMANN in Heidelberg, Universitätsprofessor, zu ihren ersten Ehrenmitgliedern gewählt.

Bezüglich der von der Akademie zu wählenden, außerhalb Badens wohnenden auswärtigen Mitglieder wird sich die Akademie erst später nach Feststellung ihrer Statuten und nach dem Beginne ihrer wissenschaftlichen Tätigkeit schlüssig zu machen haben.

Gar seltsam spielt der Zufall oder — soll ich im Sinne der modernen Deterministen reden — wunderbar treten oft die Naturgesetze in ihren Ursachen und Wirkungen für uns Menschen in Erscheinung. Am 15. Oktober 1763 gründete KARL THEODOR in Mannheim unter dem Wahrspruch «Veritas suprema lex esto» die pfälzische Akademie der Wissenschaften, der er bald darauf die Deutsche Gesellschaft und die Physikalisch-Ökonomische Gesellschaft in Kaiserslautern angliederte, welche jede in ihrer Art durch die in ihren Denkschriften veröffentlichten wissenschaftlichen Arbeiten, sowie durch ihre Einwirkung auf das politische Leben und die nationale Bildung unter der Führung von Männern wie STENGEL, SCHOEPFLIN, COLLINI, LAMEY und CHRISTIAN MAYER sich dauernden Ruhm erwarben. Aber schon gegen Ende des Jahrhunderts schien sich für Mannheim wie für Heidelberg eine verhängnisvolle Wendung zu vollziehen; das Interesse für Wissenschaft und Kunst, durch welches KARL THEODOR Mannheim zu einer blühenden und reichen Stadt, zum Sitze hohen geistigen Lebens und national-freiheitlichen Strebens gemacht hat, erlahmte; die Akademie, der er im Februar 1794 jegliche Unterstützung entzog, verlor allmählich ihre Bedeutung, Mannheim verarmte, und unmittelbar vor der Abtretung Mannheims und Heidelbergs an den Markgrafen von Baden wandte sich nach all den Kriegswirren im Jahre 1802 der Mannheimer Stadtrat an KARL THEODORS Nachfolger, MAXIMILIAN JOSEPH, mit den Worten: «Aller Wahrscheinlichkeit nach wird der die Pfalz treffende Schlag die hiesige Stadt am meisten treffen, und es ist schwer zu glauben, daß sie sich jemals wieder erholen wird».

Und heute gibt uns einer der ersten Bürger unserer reichen und bürgerstolzen Nachbarstadt die Mittel zur Gründung einer Akademie der Wissenschaften neben der großen und ruhmreichen Hochschule Heidelbergs und bittet den Großherzog des blühenden badischen Landes, den Enkel des ersten Kaisers unseres neu geeinten Deutschlands, als Protektor die Akademie zu beschützen, wie er als Rector magnificentissimus unserer Alma mater Schutz verbürgt und Gedeihen!

Königliche Hoheit! Nachdem kaum vier Wochen verflossen, seitdem es sich erhoffen ließ, den Gedanken der Gründung einer Akademie in Heidelberg aus den idealen Wünschen einiger Kollegen unserer Hochschule in die Wirklichkeit umzusetzen, ziemt

es sich heute noch nicht, die Zwecke und Ziele dieser Korporation genauer zu bestimmen und zu beleuchten; erst wollen wir durch emsige Arbeit, geleitet von dem Streben, der Wissenschaft und deren Anwendung zu dienen und diese zu fördern, uns würdig zu erweisen suchen, den anderen deutschen Akademien und gelehrten Gesellschaften ebenbürtig an die Seite zu treten.

Aber Eines erfordert der Ernst und die Würde dieser Stunde — wir müssen die Zweifel und Bedenken zu zerstreuen suchen, die bei der Gründung von Akademien immer wieder laut werden: Ist es denn noch an der Zeit, gelehrte Gesellschaften zu gründen, während doch unser unablässiges Streben dahin geht, unsere Hochschulen zu fördern und auszubauen, für die Vertretung der zu großen selbständigen Disziplinen sich immer mehr auswachsenden Wissenschaftszweige zu sorgen und die Elite der Gelehrtenwelt diesen großen Korporationen zuzuführen?

Diese Zweifel und Bedenken sind nicht neu, und wir könnten uns zu ihrer Beseitigung auf einen der Großen im Reiche der Geisteswissenschaften berufen.

«Die Idee einer Akademie», sagt WILHELM VON HUMBOLDT, «als die höchste und letzte Freistätte der Wissenschaft und die vom Staate am meisten unabhängige Korporation, muß festgehalten werden; man muß es auf die Gefahr ankommen lassen, ob eine solche Korporation durch zu geringe oder einseitige Tätigkeit bewiesen wird, daß das Rechte nicht immer am leichtesten unter den günstigsten äußeren Bedingungen zustande kommt. Man muß es darauf ankommen lassen, weil die Idee an sich schön und wohlthätig ist, und immer ein Augenblick eintreten kann, wo sie auch auf eine würdige Weise ausgefüllt wird. Akademie, Universität und große wissenschaftliche Einzelinstitute sind drei gleich unabhängige und integrante Teile der wissenschaftlichen Gesamtanstalt des Staates. Akademie und Universität sind beide gleich selbständig, allein insofern verbunden, daß sie gemeinsame Mitglieder haben und daß die Universität alle Akademiker zu dem Rechte, Vorlesungen zu halten, zuläßt.»

Und um wievielmehr behalten jetzt nach hundert Jahren die Ausführungen HUMBOLDTS über Wesen und Bedeutung der Akademien neben den Universitäten ihre Wahrheit und Tiefe!

Wenn wir auch mit Recht den Wunsch hegen und mit allen Kräften dahin wirken sollen, stets solche Männer unsern Hochschulen zuzuführen, welche durch hervorragende Leistungen auf dem Gebiete ihrer Wissenschaft der Fortentwicklung derselben ihre Kräfte widmen, so stehen doch für die Universitäten, ebenso wie für die Technischen Hochschulen, vor allem Lehrzwecke im Vordergrund, und es darf unsere akademische Jugend mit Recht den Anspruch darauf erheben, daß der Dozent vor allem durch anregenden, klaren und von eigener Begeisterung für seine Wissenschaft getragenen Vortrag seinen Zuhörern die Grundlagen derselben zum Verständnis bringt, auf sie seinen eigenen Idealismus überträgt und seine Schüler befähigt, später selbst an der Weiterentwicklung der Wissenschaft zu arbeiten, auf dem Boden stehend, der ihnen auf der Hochschule geebnet worden.

Aber auch von den Lehrzwecken abgesehen, besteht noch ein weiterer, wesentlicher und charakteristischer Unterschied zwischen unseren Hochschulen, der vornehmsten und höchststufigen Vereinigung von Lehrern und Schülern, und den Akademien, welche den Zusammenschluß der Gelehrtenwelt unter sich repräsentieren und dadurch auch wieder segensreich und belebend zurückwirken auf die Fortentwicklung wissenschaftlichen Sinnes und höherer ethischer Betätigung unserer akademischen Jugend.

Die täglich wachsende Differenzierung der einzelnen Wissenschaften macht es dem Gelehrten nur schwer möglich, von den Fortschritten auf den seinem eigenen Arbeitsfelde fernerliegenden Forschungsgebieten Kenntnis zu nehmen und so einen Überblick zu gewinnen über den gesamten, auf der Weiterentwicklung der Wissenschaften begründeten Kulturfortschritt. Daher die vielen an allen Hochschulen bestehenden Vereinigungen älterer und jüngerer Forscher, in denen die Mitglieder ihren auf anderen Gebieten tätigen Kollegen durch möglichst allgemein gehaltene Vorträge ein Bild von den Fortschritten ihrer eigenen Wissenschaft zu geben versuchen, und so eine Fühlung herstellen wollen zwischen den tätigen Mitarbeitern auf den verschiedensten Wissensgebieten. Dies sollen nun die Akademien durch Vereinigung der Gelehrten in Klassen und der Verbindung der Klassen untereinander, in noch höherem Maße erstreben; es soll ihren Mitgliedern durch die Kenntnisnahme der Forschungen auf den verschiedenen, dem Einzelnen fernliegenden Gebieten das Gemeinsame der gewonnenen Resultate zum Bewußtsein gebracht, sie sollen darauf hingeleitet werden, den philosophischen Inhalt in der Fülle der Einzelresultate zu ergründen, den ruhenden Pol zu finden in der Flucht der wissenschaftlichen Ergebnisse, die *heute* noch scheinbar eine unantastbare Wahrheit, morgen schon die ein wenig unsicher gewordene Basis bilden, von der aus wir erhoffen dürfen, um ein Geringes höher zu der einzigen und wirklichen Wahrheit emporzuklimmen. Wir wollen der Organisation der Gelehrten untereinander ein festeres Gefüge geben, um aus den Forschungen auf anderen Gebieten selbst weitere Anregung zu schöpfen und allgemeinere Gesichtspunkte zu gewinnen, als sie uns die Arbeiten auf dem eigenen fest umschränkten Gebiete liefern können — macht sich doch bei jedem von uns das Bedürfnis geltend, von Zeit zu Zeit den metaphysischen Inhalt des mühsam errungenen geistigen Besitzes herauszuschälen. Wo die Wurzeln allen Denkens und Fühlens liegen, wohin die Eroberungen unseres geistigen Lebens, Forschern und Strebens führen, wird uns ewig unbekannt bleiben, nur unablässige Arbeit läßt uns aus immer potenziertem geistigen Schaffen Anfang und Ende der Dinge suchen und ahnen. Während wir in unserer Forschung, auf das Kausalitätsprinzip uns stützend, auf vielfach verschlungenen Pfaden uns mühselig von Ort zu Ort, von Augenblick zu Augenblick bewegen, erscheint nur der geistigen Potenz Gottes die Welt seiend und nicht werdend in der Zeit.

Unsere Akademie ist die erste, die in diesem Jahrhundert ins Leben tritt, sie soll und wird den *modernen* Anschauungen gerecht werden, ohne sich jedoch mehr als nötig von den idealen Auffassungen zu entfernen, welche die Männer der Wissenschaft in den früheren Jahrhunderten beherrscht und die Arbeitsrichtung der gelehrten Gesellschaften bestimmt haben. Aber es gibt jetzt keine Mathematik mehr ohne Verknüpfung mit den Problemen der Physik und ohne philosophische Vertiefung jener Formen reiner Anschauung und reinen Denkens, welche wir Raum und Zeit nennen, keine Naturwissenschaft ohne Biologie, keine Medizin ohne Physik und Chemie, keine Philologie ohne Archäologie, keine Geschichte ohne Kenntnis des Wirkens und Schaffens der Völker auf ethischem, geistigem und materiellem Gebiet.

Wie die machtvolle Initiative von höchster Stelle die Berliner Akademie dazu geführt, hervorragende Männer der Technik in den Kreis der vielen ausgezeichneten Forscher zu ziehen, welche dem Aufbau der reinen Wissenschaft sich weihen, so soll jede Akademie der Neuzeit humanistische und realistische Bestrebungen nicht mehr voneinander trennen, sondern sie als Kräfte betrachten, welche, wenn auch verschieden gerichtet, doch nur *eine* Resultierende haben, die nach dem — wenn auch unerreichbaren — Endziele allen geistigen Schaffens gerichtet ist; nur so wird

der Gelehrte nicht mehr fern stehen dem großen Entdecker und Erfinder, nur so der von philosophischer Bildung getragene Forscher dem Manne der Tat sich nähern und sich ihm verbinden. Die verschiedenen Bestrebungen, in denen der menschliche Geist sich kundgibt, als gleichberechtigt anzusehen, das ist ja gerade die Errungenschaft des letzten Jahrhunderts; die Monadenlehre eines LEIBNIZ steht neben der Entwicklung der Arten eines DARWIN, dem starren Determinismus räumen wir eine Stelle ein neben dem kategorischen Imperativ eines KANT, die Spektralanalyse eines BUNSEN und KIRCHHOFF ist ein Hilfsmittel geworden für rein spekulative Forschungen über die Endlichkeit und Unendlichkeit des Raumes, und neben die unbestimmten metaphysischen Spekulationen eines MAUPERTUIS über das Prinzip der kleinsten Wirkung, nach welchem die Natur ihre Erfolge stets mit den einfachsten Mitteln hervorbringe, stellt der kühne und große Denker HELMHOLTZ jenes Prinzip in exakter mathematischer Form mit der Forderung, dieses zum obersten und alleinigen Naturgesetz zu erheben und sucht umgekehrt die empirisch gefundenen Sätze der Elektrodynamik, wie sie in MAXWELLS Gleichungen ausgesprochen sind, in die Form dieses Minimalgesetzes zu bringen.

Dieser Geist der Versöhnung zwischen spekulativem Denken und empirischer Forschung, dieses Streben nach Wahrheit und Fortschritt, gleichviel auf welchem Gebiete menschlicher Tätigkeit, soll auch für unsere Akademie der Leitstern sein.

Ewr. Königlichen Hoheit erhabener Großvater, der ruhmreiche Neubegründer unseres großen Deutschen Reiches, nahm im Jahre 1861 die Huldigung der Deputation der Berliner Akademie mit den Worten entgegen, «das in jedem preußischen Könige einwohnende Gefühl für Wissenschaft ist auch in Mir lebendig».

Und wer von uns, die wir an der Jubelfeier der Berliner Akademie im März 1900 teilgenommen, erinnert sich nicht gern der schönen und kraftvollen Worte Sr. Majestät des Kaisers: «In der selbstlosen Hingabe, der die Akademie Großes zu danken hat und die ihr weiterhin den Erfolg ihres Schaffens verbürgt, dient sie zugleich dem gottgewollten Ziele alles Wissens, die Menschheit tiefer in die Erkenntnis der göttlichen Wahrheit einzuführen. Wie die Naturwissenschaften im letzten Ziele den Urgrund alles Seins und Werdens zu erforschen trachten, so bleibt, wie es Goethe ausgesprochen hat, das eigentliche, einzige und tiefste Thema der Welt- und Menschengeschichte, dem alle übrigen untergeordnet sind, der Konflikt des Unglaubens und Glaubens und, wie in seinem Sinne hinzuzufügen ist, die Betätigung Gottes am Menschengeschlecht. So bewährt sich an Ihren Arbeiten, wie es LEIBNIZ wollte, daß durch die Wissenschaften die Ehre Gottes und das Beste des ganzen menschlichen Geschlechts beständig gefördert wird.»

Dies waren die Segenswünsche, welche unser Kaiser der ruhmvollen Berliner Akademie für das beginnende Jahrhundert entgegengebracht — und wir sind dessen gewiß, daß auch Ew. Königl. Hoheit ein gewissenhaftes und erfolgreiches Arbeiten unserer neubegründeten Akademie zur Erweiterung der Wissenschaft, zur Belebung und engeren Verbindung der Hochschulen unseres badischen Landes, zur Förderung aller Interessen, welche eine neue Zeit, neue Aufgaben und neue Hilfsmittel zu deren Lösung erfordern, mit demselben Wohlwollen und derselben Nachsicht begleiten werden, deren Ewr. Königl. Hoheit unvergeßlicher Vater uns gewiß versichert hätte hier an dieser Stelle, an welcher er zur 500jährigen Jubelfeier unserer Alma mater seine herrlichen und denkwürdigen Worte gesprochen!“

Quelle:
Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften
Jahresheft : Juni 1909 bis Juni 1910
Heidelberg, 1910. — S. 9–16

2 Zur Erinnerung an Jacob Friedrich Fries

Festrede am 24. April 1911

Hochansehnliche Versammlung!

In einer akademischen Festrede des Berliner Germanisten JAKOB GRIMM, welche die Popularität einer Akademie zum Gegenstande hatte, finden wir die selbstbewußten, aber einem so großen Forscher wohl anstehenden Worte: „Mit Recht sind die Festtage der Akademie öffentlich, denn außer diesen soll und kann eine Akademie nicht populär werden in dem Sinne, daß sie die feinsten Spitzen ihrer Untersuchungen abzubrechen hätte einem gemischten und mittleren Verständnis zu Gefallen. Die Wissenschaft hat kein Geheimnis und doch ihre Heimlichkeit; sie mag nicht oft auf der großen Heerstraße weilen, sondern sich lieber ohne jedes Geleit in alle Wege, Pfade und Steige ausdehnen, die ihr neue Aussichten öffnen.“

Trotzdem möchte ich Ihnen gern von diesen Heimlichkeiten heute ein Weniges verraten, obwohl die Natur meiner Wissenschaft und die nur einem kleinen Kreise der gebildeten Welt verständliche Sprache derselben meinem Vorhaben große Schwierigkeiten bereiten. Nun haben wir freilich, wenigstens für einzelne Teile unseres Wissensgebietes, ein Esperanto in der Philosophie; aber auch deren Sprache ist nicht allen geläufig, wenn auch die Probleme ihrer Forschung in alle Zweige menschlichen Wissens, Glaubens und Fühlens hinübergreifen — und so schien es mir deshalb ratsam, meinen Betrachtungen einen historischen Hintergrund zu geben und, gestützt auf die Arbeiten eines ausgezeichneten deutschen Philosophen, den Fortschritt in der Behandlung erkenntnistheoretischer Probleme meiner Wissenschaft im letzten Jahrhundert in einigen Zügen zu skizzieren. Ich tue dies um so lieber, als ich damit an dieser Stelle eine Pflicht der Pietät und zugleich der Gerechtigkeit gegen einen Mann erfülle, der vor genau 100 Jahren als eine Zierde der Heidelberger Hochschule ihr Prorektor gewesen, dessen eigentümliche Schicksale es aber mit sich gebracht, daß er nur zu bald fast in Vergessenheit geraten und erst in den letzten zwei Decennien wieder eine hervorragende Stelle in der Geschichte der deutschen Philosophie einzunehmen beginnt.

JACOB FRIEDRICH FRIES, im Jahre 1773 in Barby an der Elbe geboren, hatte schon frühzeitig ein hervorragendes Interesse für philosophische und mathematische Fragen bekundet und war, nachdem er seine juristische Laufbahn verlassen, 24 Jahre alt, zur Vertiefung seiner KANT-Studien nach Jena gegangen, dessen Ruhm durch die Anwesenheit von GOETHE, SCHILLER, FICHTE und den beiden HUMBOLDTS sowie durch eine große Anzahl hervorragender Fachgelehrten mit dem Glanze der neu entstandenen Berliner Universität zu wetteifern begann.

Die KANT'sche Philosophie beschäftigte damals die gesamte wissenschaftliche Welt; die völlige Umwälzung in der Auffassung metaphysischer Probleme und die auf diesem Gebiete so ungewohnte mathematische Klarheit des großen Denkers hatte überall Staunen erregt und zunächst jeden Widerspruch verstummen lassen. Aber schon drohte die FICHTE'sche Wissenschaftslehre und die SCHELLING'sche Naturphilosophie, deren Urheber zwar auf dem Boden von KANT zu stehen vorgaben, die eben erst erstarkte Basis der philosophischen Wissenschaft zu erschüttern. „Die volle Unparteilichkeit“, sagt HARNACK mit Recht, „welche sich die Berliner Akademie ihr gegenüber zum Gesetz machte, bedeutete in Wahrheit eine grundsätzliche Ablehnung der KANT'schen Philosophie“. Auch unser jugendlicher Verehrer des großen Philo-

sophen konnte schon damals seine Bedenken gegen gewisse grundlegende Anschauungen KANTS nicht unterdrücken und brachte frühzeitig, wie seine Aufzeichnungen lehren, ein psychologisches oder, wie man jetzt will, ein anthropologisches Element in den Kritizismus von KANT. Aber in der Methodik der philosophischen Forschung blieb er ihm treu; ihm wie KANT war die Mathematik der unwandelbare Leitstern für alle Spekulationen der Metaphysik; nur in der Verbindung mit dieser sollte sich die Philosophie eine feste Basis schaffen, um dann den anderen Wissenschaften eine sichere Führerin zu sein; bescheiden sollte sie sich von den Anfängen mathematischer Forschung aus in besonnener Spekulation zu den höchsten Wahrheiten zu erheben suchen.

Nachdem sich FRIES im Jahre 1801 in Jena habilitiert und neben SCHELLING philosophische, mathematische und naturwissenschaftliche Vorlesungen gehalten, wurde ihm, als SCHLEGEL 1805 Jena verlassen, die Professur für Philosophie übertragen — zugleich jedoch mit HEGEL, dessen Philosophie ihm bis an sein Lebensende unsympathisch geblieben; FRIES suchte KANT zu korrigieren, für HEGEL gab es keine Korrektur. Trotz der gefährlichen Konkurrenz dieses geistvollen und beredten jungen Dozenten erwarb sich FRIES durch seine zahlreichen kritischen und polemischen Aufsätze die Anerkennung immer weiterer Kreise; vor allem machte die im Jahre 1805 erschienene Schrift „Wissen, Glauben, Ahnung“ seinen Namen in ganz Deutschland rühmlichst bekannt. Überall in seinen Arbeiten derselbe sittliche Ernst, dieselbe Tiefe der Gedanken, derselbe freiheitliche Mut, mit dem er den „nach Resultaten und schönen Gedanken haschenden Philosophen“ den Fehdehandschuh hinwirft. „Der Kritizismus hat seine Geheimnisse, aber sie sind nicht Mysterien, sondern Arkana der inneren Physik.“

Um diese Zeit veranlaßte ihn SAVIGNY, der von Marburg aus bisweilen seinen Rat in naturrechtlichen und erkenntnistheoretischen Fragen in Anspruch genommen, sich für eine Professur in Heidelberg zu melden; nach mündlichen Verhandlungen mit CLEMENS BRENTANO und nach Ablehnung des Rufes von Seiten HERBARTS gelang es dem Juristen HEISE, FRIES für die ordentliche Professur der Philosophie in Heidelberg zu gewinnen, wo dieser um die Zeit der Wiedergeburt unserer Universität von 1805-1816 hauptsächlich durch seine reiche literarische Tätigkeit der Hochschule Ruhm und Ansehen erwarb.

Das einfache und anspruchslose Leben der Heidelberger Gelehrtenwelt, das CREUZER uns so treffend schildert, entsprach ganz seinen Wünschen und Neigungen; nahmen doch die sorgfältige Vorbereitung seiner Vorlesungen über Philosophie und Geometrie, sowie die Vertiefung und Ausarbeitung seiner philosophischen Forschungen seine Zeit vollauf in Anspruch. Immer von neuem suchte er in seinen zahlreichen Streitschriften FICHTE und SCHELLING entgegenzuhalten, daß der Dualismus materieller und geistiger, natürlicher und ideeller Weltansicht für die menschliche Erkenntnis nicht wegzuleugnen sei, und die Physik es nur mit der materiellen Welt zu tun habe. Aber erst in seinem umfangreichen, 1807 in Heidelberg erschienenen Werke „Neue Kritik der Vernunft“ gab er einen systematischen Aufbau seiner philosophischen Grundgedanken, zum Teil auf der für alle Zeiten unvergänglichen Basis seines großen Lehrers KANT.

Hochansehnliche Versammlung! Als Laie und unsicherer Läufer auf dem schwankenden und gefahrvollen Boden spekulativer Philosophie darf ich es nicht wagen, Ihnen meine Ansicht über den psychologisch-anthropologischen Kritizismus von FRIES darzulegen, der in seiner Neuen Kritik der Vernunft bisweilen in einen unverkennba-

ren Gegensatz tritt zur Kritik der reinen Vernunft von KANT; aber ich darf es auch nicht unterlassen, wenigstens einige der Grundlehren der FRIES'schen Philosophie anzudeuten, da seine später zu besprechenden mathematisch-naturphilosophischen Anschauungen wesentlich auf diesen Grundlagen beruhen.

Es gibt nach KANT *Erkenntnisse a priori*, für FRIES existiert nur ein *apriorisches Erkenntnisvermögen*; während KANT mit Hilfe der apriorischen Anschauungen von Raum und Zeit an die Objekte der Sinnenwelt; an deren Form und Gestalt herantritt, mit Hilfe der apriorischen Begriffe, wie Causalität und Stetigkeit, die Natur der Dinge zu erforschen sucht, ist FRIES ganz Empirist, aber im edelsten Sinne des Wortes. Er unterscheidet eine äußere und innere Erfahrung, aus der sich alle Erkenntnis herleitet; so wenig wie KANT will er aus reiner Logik Erkenntnis schaffen, sondern die Wahrheit durch sichere Deduktion feststellen; er will auch nicht alles Wissen aus der Einheit entwickeln wie FICHTE und SCHELLING, welche von der Form unserer Vernunft ausgehen und alles auf der Reaktion dieser Form gegen die sinnlichen Eindrücke basieren wollen. Ihm ist die *Vernunft* eine *Erregbarkeit*, welche nur durch Affektionen zu Lebensäußerungen bestimmt werden kann. Äußere sinnliche oder innere Erfahrung soll zunächst nur in ganz unklarer, ja unbewußter Weise unsere Vernunft zur Tätigkeit anregen. Nicht wir treten an die Außenwelt heran, sondern die *Objekte* äußerer und innerer Erfahrung affizieren unsere Vernunft. Mit jedem Denkakt, sagt im Geiste der HERBART'schen Schule RIEMANN, einer der größten Mathematiker des vorigen Jahrhunderts, tritt etwas Bleibendes in unsere Seele ein, welches sich bei besonderen Anlässen, wie durch die Erinnerung, als solches kundgibt, aber auf die Erscheinungswelt, aus welcher sie völlig verschwindet, keinen dauernden Einfluß mehr ausübt. Vermöge der unserer Vernunft innewohnenden Gesetze übt nun diese nach FRIES in reiner Spontaneität, mit Hilfe ihrer Instrumente, der apriorischen Erkenntnisvermögen Raum, Zeit, Causalität und Stetigkeit, ihre synthetische Tätigkeit aus, ohne daß unser Wille darauf einen Einfluß hat. Jetzt erst bringt uns der *Verstand*, der dem Willen untertan, in seiner analytischen Tätigkeit die durch die Synthesis der Vernunft erarbeiteten Erkenntnisse zum Bewußtsein; er schafft nicht neue Erkenntnisse, sondern hat nur das Vermögen der Selbsterkenntnis, sein Wille und seine Reflexion schafft die Basis für die *wissenschaftliche* Erkenntnis. Wie die synthetisch tätige Vernunft KEPLERS die astronomischen Beobachtungen zu Ellipsen ordnete, so hat die geniale, analysierende Kraft des NEWTON'schen Verstandes als Ursache dieser möglichen Ordnung die das Weltall beherrschende Attraktionskraft erkannt.

Dies scheint mir der Sinn des FRIES'schen Kritizismus zu sein; nach KANT wird die Sinnesempfindung sofort zur Wahrnehmung, nach FRIES — und dies ist ja auch die Ansicht von SCHOPENHAUER und HELMHOLTZ — sind die Sinnesempfindungen nur das Rohmaterial, aus dem wir durch Vernunft- und Verstandesprozesse Erkenntnis gestalten können, — aber ich bin als Nichtphilosoph weit davon entfernt, den Anspruch zu erheben, in dem schon so lange währenden Streite zwischen den Fachgelehrten ein beachtenswertes Wort für die FRIES'sche Anschauung in die Wagschale werfen zu wollen. Nur eines Schlusses möchte ich noch Erwähnung tun, den FRIES aus den Grundlehren, seiner Metaphysik gezogen, und dem ich, ohne für seine Richtigkeit einzutreten, doch als Mathematiker sympathisch gegenüberstehe. Woher haben die Erzeugnisse der Vernunft objektive Gültigkeit für die Erfahrung? KANT mußte annehmen, daß die synthetischen Vorstellungen unserer Vernunft nur *deshalb* auf objektive Gültigkeit Anspruch erheben dürfen, weil sie die Erfahrung erst bedingen und die Gesetzmäßigkeit der Gegenstände aus sich erzeugen. Nach der Auffassung von

FRIES dagegen besitzt unsere Erkenntnis *unmittelbare* Objektivität; die Tätigkeit der erkennenden Vernunft besteht eben in der Vorstellung vom Dasein eines Gegenstandes, das Erkennen ist eine Tatsache innerer Erfahrung — und eine solche ist auch das Verhältnis der Erkenntnis zum Gegenstande, die beide unauflöslich miteinander verbunden, nie miteinander zu vergleichen sind. „Ich bleibe“, sagt FRIES, „bei der Selbstbeobachtung meines Erkennens, welches sich aus den *reinen Anschauungen* und den *gedachten Erkenntnissen* sowohl ihren Denkformen nach als nach ihrem metaphysischen Gehalt zum Bewußtsein der Einheit und Notwendigkeit der ganzen menschlichen Erkenntnis entwickelt, und in dieser Einheit und Notwendigkeit, die Wahrheit und Festigkeit der Überzeugung in sich selbst trägt.“

Immer und immer wieder spricht er es auch in allen seinen späteren Schriften klar und deutlich aus, daß die Philosophie nicht sowohl die Wahrheit selbst zu suchen hat, als vielmehr die im Innern der Vernunft gegebene philosophische Wahrheit des Notwendigen, Guten und Schönen an das Licht des Bewußtseins hervorzuführen, welches seine Ausbildung erlangt durch Denken und Reflexion. Und ich glaube in der Tat, es ist dies der glücklichste Ausweg zwischen Empirismus und Rationalismus; die Frage, ob die Vernunftkritik metaphysisch oder anthropologisch sein solle, ist durch FRIES nicht bloß, wie KUNO FISCHER es wollte, in die Reihe der „in der Entwicklungsgeschichte der deutschen Philosophie seit KANT unvermeidlichen Probleme“ verwiesen; FRIES beantwortet auch die von FISCHER vor 50 Jahren in seiner Prorektoratsrede in Jena gestellte Frage „wo bleibt aber dabei die Wahrheit?“ Während RIEMANN unsere Auffassung der Welt wahr nennt, wenn der Zusammenhang unserer Vorstellungen dem Zusammenhange der Dinge entspricht, beruht die Grundanschauung von FRIES auf der *Notwendigkeit* des gleichen Zusammenhanges.

Der Ruhm seines Namens war nun überall begründet, der Blick der deutschen Philosophen war auf Heidelberg gerichtet; REINHOLD bezeichnet ihn als einen Meister auf dem Gebiete gesunder und echter Psychologie; JAKOBI bewirkte seine Aufnahme in die Münchener Akademie, und die Berliner ernannte ihn bald darauf trotz mannigfacher Anfeindungen zu ihrem Mitglied.

Das „System der Logik“ erschien im Jahre 1811, und die Durcharbeitung von KANTS metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft führte ihn schon damals zu einem vorläufigen Entwurfe der Grundzüge für eine Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft.

Zunächst ging aus seinen in den Jahren 1811 und 1812 gehaltenen Vorlesungen über Astronomie und mathematische Physik sein Buch über die Sternkunde hervor, und auch hier findet er Gelegenheit, seine philosophischen Anschauungen von neuem zu begründen. Er nennt NEWTONS Theorie den größten Sieg, den der menschliche Verstand je in der Wissenschaft errungen, aber zugleich die völlige Entzauberung der Lehre. Er will zugeben, daß man alles aus der Gravitation zu erklären imstande sei, aber — und diese Frage können wir heute nach 100 Jahren noch mit ihm stellen — welchen Ursprungs ist denn diese? doch bei der Einfachheit jenes Gesetzes hält er es für bedeutungslos, noch nach Erklärungen zu fragen. RIEMANN geht in seinen philosophischen Hypothesen weiter; er sieht die NEWTON'schen Bewegungsgesetze der Ponderabilien in dem *inneren* Zustande derselben begründet; der Weltraum soll mit einem Stoffe erfüllt sein, welcher fortwährend in die ponderablen Atome einströmt und dort aus der Erscheinungs- oder Körperwelt verschwindet, um sich, wie in unserer Vernunft, zur Geistessubstanz zu verdichten; der raumerfüllende Stoff, eine incompressible homogene Flüssigkeit ohne Trägheit, soll durch seinen Druck auf

das ponderable Atom die Wirkung der Gravitation hervorbringen. Sein Schluß, daß die ponderablen Körper der Ort sind, wo die Geisteswelt in die Körperwelt eingreift, klingt ein wenig phantastisch — aber wir müssen uns jetzt auch in den exakten Wissenschaften an Phantasiegebilde gewöhnen.

Die staunenswerte Vielseitigkeit von FRIES ließ ihn auch an den großen politischen Umwälzungen der Jahre 1812 und 1813 nicht achtlos vorübergehen, und er fand öfter Gelegenheit, seinen gemäßigt liberalen Anschauungen auch öffentlich Ausdruck zu geben. Der in seinem Prorektoratsjahr im Verkehr mit den Studierenden gewonnenen Überzeugung, daß nur ein unschuldiger Patriotismus und „das Bestreben, ehrenhaft unter den akademischen Gesetzen zu leben“, den Burschenschaften ihre Entstehung gegeben, wollte er auch in weiteren Kreisen Geltung verschaffen — aber sein mannhaftes Eintreten für die freiheitlichen Bestrebungen in Politik und Wissenschaft sollte sehr bald verhängnisvoll für ihn werden.

Seine Stellung wurde zwar nach dem Prorektorat immer angesehener und einflußreicher; vergebens suchte HEGEL im Jahre 1814 neben FRIES in Heidelberg eine Professur zu erlangen; „sollte die Physik“, schrieb er in seinem Hochmut an PAULUS, „ihren Friesrock nicht selbst ganz brauchen und für die Philosophie nicht noch ein besonderer Rock nötig sein?“

Aber schon in den ersten Tagen des Jahres 1816 stiegen Wolken an dem bisher ungetrübten Horizonte des hervorragenden und friedfertigen Gelehrten auf. Sein Freund MARTIN war infolge einer freiheitlich gesinnten Petition, die auch FRIES unterschrieben, genötigt, einen Ruf nach Jena anzunehmen, und bemühte sich, FRIES dorthin nachzuziehen. Inzwischen waren die Bestrebungen seines Göttinger Freundes HEISE, ihm eine freie Stellung an der Berliner Akademie der Wissenschaften zu erwirken, gescheitert; BOECKH und DE WETTE hatten es zwar durchgesetzt, daß der akademische Senat in Berlin im März 1816 FRIES für die Professur der praktischen Philosophie neben HEGEL, als Professor der spekulativen Philosophie vorgeschlagen — als aber die Kreierung dieser beiden Professuren wieder zweifelhaft geworden, entschloß sich FRIES, wenn auch schweren Herzens, dem Andrängen KARL AUGUSTS in Weimar Folge zu leisten und die Professur in Jena, „der Hauptstadt der Philosophie“, anzunehmen; HEGEL wurde für Philosophie, MUNCKE für Physik nach Heidelberg berufen.

FRIES erwarb sich in Jena rasch die Zuneigung der soeben zur Burschenschaft vereinigten Studierenden, und, als im Jahre 1817 KARL AUGUST die Erlaubnis zur Abhaltung des Wartburgfestes gegeben, ging auch er nach Eisenach und zögerte nicht, von den Studierenden dazu aufgefordert, dort einige ganz unverfängliche Worte zu sprechen. Aber die Reaktion hatte bereits von Österreich aus ihre Tätigkeit zu entfalten begonnen, und die preußische Regierung richtete an den Großherzog KARL AUGUST gehässige Denunziationen „gegen den Haufen verwilderter Professoren und verführter Studenten“. Zunächst freilich hielt noch der edel und liberal gesinnte Großherzog seine schützende Hand über FRIES, aber auch er mußte dem herrschenden Systeme weichen und eine Kriminaluntersuchung gegen FRIES anordnen, in welcher dieser jedoch dank der Verehrung, die ihm von allen Seiten entgegengebracht wurde, von der Anklage der Majestätsbeleidigung freigesprochen wurde. Als man ihm aber ein Jahr später nach der unseligen Tat von KARL SAND in gehässiger Weise vorwarf, daß die Freunde dieses Fanatikers seine Schüler gewesen, als Neid und Mißgunst die Angriffe auch auf seine wissenschaftliche Bedeutung immer heftiger werden ließen, da konnte auch die weimarische Regierung die Pensionierung von FRIES nicht länger

fernhalten.

In der ihm nunmehr auferlegten unfreiwilligen Muße konnte er sich nach Beendigung seiner Psychologie ganz der Fertigstellung der im Jahre 1822 bei WINTER in Heidelberg erschienenen Mathematischen Naturphilosophie widmen.

SCHLEIDEN erzählt uns, daß GAUSS, der größte Meister exakter Wissenschaft im vorigen Jahrhundert und einer der tiefsten Denker auf dem Gebiete erkenntnistheoretischer Fragen, einem Studenten, welcher dieses Buch in dessen Händen gesehen und seine Verwunderung darüber äußerte, daß GAUSS auch der Naturphilosophie seine Aufmerksamkeit schenke, geantwortet habe: „Junger Mann, wenn Sie es nach dreijährigem angestrenghen Studium dahin gebracht haben, daß Sie dieses Buch verstehen und würdigen können, so dürfen Sie die Universität mit der Überzeugung verlassen, daß Sie Ihre Zeit besser angewandt haben als die meisten Ihrer Kommilitonen.“

Möge es mir nun gestattet sein, verehrte Anwesende, in Anknüpfung an die Prinzipien, Schlußfolgerungen und Resultate der Untersuchungen dieses mathematisch durchgebildeten Anhängers von KANT und ausgezeichneten selbständigen Forschers auf dem schwierigen Gebiete einer exakten Metaphysik, das Jetzt der mathematisch-naturphilosophischen Erkenntnistheorie mit dem Einst von vor hundert Jahren — wenn auch nur in flüchtigen Zügen — zusammenzustellen und zu vergleichen. Die metaphysischen Anfangsgründe der Naturwissenschaft von KANT ließen FRIES darauf bedacht sein, von einer philosophisch scharfen Definition der mathematischen Physik ausgehend, soweit die vor hundert Jahren in rapider Entwicklung begriffene Wissenschaft es gestattete, den systematischen Aufbau zunächst *dieser* Disziplin zu ermöglichen. Es wurde ihm freilich leicht, die metaphysischen Spekulationen von SCHELLING, welcher die Masse als ein Produkt des Konfliktes von Kräften definiert, ironisch zurückzuweisen, und die unwissenschaftlichen Hypothesen und Beweisführungen anderer Philosophen, welche „GOETHES Nichtverstehen von NEWTONS Optik als eine große physikalische Entdeckung“ priesen, durch un verkennbaren Spott zu entkräften — aber er erkannte doch auch sehr bald die unübersteiglichen Schwierigkeiten, welche die physikalischen Hypothesen von KANT einem widerspruchslosen Ausbau der theoretischen Physik entgegenstellten. Die bahnbrechenden Untersuchungen des von ihm bewunderten Lehrers über Größe und Zahl, über Raum, Zeit und Stetigkeit ließen ihn sehr bald einsehen, daß wir mit irgendwelcher Aussicht auf Erfolg in der Erforschung der Natur unserer Erkenntnisse die Schwierigkeiten gar nicht in den *Anwendungen* der Mathematik und Mechanik zu suchen haben, sondern in den eigensten Prinzipien der Arithmetik, der Geometrie und der reinen Bewegungslehre selbst — die Natur der mathematischen Erkenntnisse an sich war zunächst zu zergliedern.

Wer die Ansicht von FRIES teilt, daß die einzige vollständige *wissenschaftliche* Erkenntnis des Menschen die Erkenntnis der Welt der Gestalten und deren Bewegung ist, wer ferner darin ihm zustimmt, daß die Erkenntnis der sinnlichen Qualitäten der Gegenstände nach Farbe, Ton usw., und sogar die Erkenntnis des geistigen Lebens nur durch jene Erkenntnis von Gestalt und Bewegung ihre Raum- und Zeit-, ihre Zahl- und Gradbestimmungen erhält, der wird auch mit ihm für die Zusammensetzung *jeder* Wissenschaft aus Philosophie, Mathematik und Empirie zunächst die Durchdringung der beiden großen fundamentalen Aufgaben fordern müssen: eine Philosophie der *reinen Mathematik*, welche die Natur der mathematischen Abstraktionen feststellt und ihren Anspruch auf Gültigkeit für die menschliche Erkenntnis überhaupt erörtert, und eine philosophische Untersuchung der *reinen Bewegungslehre*

im Sinne der mathematischen Naturphilosophie.

Gewiß wird ihm der Mathematiker der Jetztzeit recht geben, wenn er sagt, daß die Mathematik trotz ihrer Sicherheit und scheinbaren Klarheit den ihr eigentümlichen Mangel nicht verbergen kann, wenn die Philosophie ihr die Frage entgegenhält, wie wir denn dazu kommen, uns so sorglos auf dem Gebiete der Zahlformen, des Raumes und der Zeit auszubreiten, ohne uns um den Rechtsgrund zu kümmern, der uns in diesen Besitz geführt. Er nennt die Mathematik — und wen erinnert dies nicht an unsern KIRCHHOFF — eine *Beschreibung* des Gebietes der Zahlen, des Raumes und der Zeit — aber woher kommen Zahl, Raum, Zeit? fragt nach FRIES' Auffassung der reflektierende und analysierende Verstand die synthetisch arbeitende Vernunft. Er konnte freilich vor hundert Jahren noch mit einem gewissen Rechte diese Fragen als jenseits der Grenzen, der mathematischen Wissenschaft liegend bezeichnen; erst von der Mitte des vorigen Jahrhunderts an haben ihnen ausgezeichnete Mathematiker das Bürgerrecht inmitten unserer Wissenschaft erkämpft. und dadurch die Grenzen unserer philosophisch-mathematischen Erkenntnis so wesentlich erweitert.

Indem nun FRIES zur Beantwortung der Fragen übergeht, woher uns die mathematische Erkenntnis kommt, und welche Ansprüche sie im ganzen System der menschlichen Überzeugungen, zu machen hat, sucht er eine feste Basis in dem KANT'schen Satze, daß die *wissenschaftliche* Erkenntnis des Menschen durch die mathematischen Erkenntnisformen charakterisiert wird. Zeit und Raum sind für FRIES, wie wir gesehen haben, Anschauungsformen zur Ordnung der Mannigfaltigkeiten der Erscheinungen; er verweist sie aus der Reihe der Verstandesbegriffe in die Erkenntnisvermögen der Vernunft und machte sie dadurch zu Gesetzen der Sinnlichkeit. Wir wissen heute die Präzision und Klarheit in der Ausdrucksweise von FRIES zu schätzen, dem Zahl, Zeit, Raum ebenso wie Stetigkeit und Unendlichkeit dem menschlichen Geiste anhaftende Beschränkungen seiner Grunderkenntnisse sind; sie gehören nur *einer menschlichen Vorstellungsweise* von den Dingen an, ohne mit deren Wesen etwas zu tun zu haben; die Geheimnisse ewiger Wahrheit liegen in der *Entgegensetzung* gegen die mathematischen Formen und *deren* Wahrheit. Aber klarer und deutlicher als bei seinem großen Lehrer tritt es bei ihm hervor, daß die mathematische Erkenntnis vermöge jener Anschauungsformen die notwendigen und allgemeinen Gesetze schon aus einem einzelnen gegebenen Beispiel zu entnehmen imstande ist. Die Vernunft wird vermöge der ihr innewohnenden Erkenntnisvermögen deren Wahrheit aus den kleinsten Anfängen bis ins Unendliche beständig mit Hilfe der produktiven Einbildungskraft *ohne Zuhilfenahme sinnlicher Wahrnehmung* weiter entwickeln; *die äußere Erfahrung* selbst ist nur durch *gedachte* Vorstellung möglich.

Es soll schon hier nicht unerwähnt bleiben, daß einzelne Mathematiker der Neuzeit im Gegensatz zu dieser Auffassung den Raum, nicht als bloße Anschauung, sondern als einen Begriff bezeichnen, oder ihn sich gar als eine Mannigfaltigkeit von Elementen, als einen physikalischen Gegenstand denken, dessen Eigenschaften nur durch Experimente ermittelt werden können; ja man geht so weit, den räumlichen Beziehungen keine von den Körpern absolut unabhängige Bedeutung beizulegen, sie vielmehr als ein System von Vereinbarungen zur Darstellung physikalischer Tatsachen zu betrachten,

Alle *Begriffserklärungen* in der Mathematik sind für FRIES Konstruktionen der Begriffe in *reiner Anschauung*; das System der mathematischen Wissenschaft selbst ein hypothetisches in dem Sinne, daß auf die Wahrheit einer Behauptung geschlossen wird unter der Voraussetzung einer schon als wahr bewiesenen Grundbehauptung —

oder wie KANT sich ausdrückt, es wird ein Gesetz geschaffen für die Ordnung des einen *nach* dem anderen einer *Erscheinungsreihe*, in welcher das Denken an die Stelle der Erscheinungen tritt.

Er weist der *reinen* Mathematik die Aufgabe zu, aus dem *Ganzen* der Erkenntnis die rein anschauliche Form in Ordnung, Zahl, Gestalt und Dauer herauszuheben; der ihr anhaftende Mangel einer leeren Abstraktion, in welcher der selbsttätige reflektierende und analysierende Verstand, das klarste Werkzeug der Selbstbeobachtung besitzt, muß durch die theoretische Naturwissenschaft ergänzt werden, um einen bestimmten Gehalt der sinnlichen Erkenntnis jenen Gesetzen zu unterwerfen.

In der *reinen* Bewegungslehre NEWTONS sieht er dagegen die Philosophie der *angewandten* Mathematik; sie ist ihm eine auf die philosophische Erkenntnis vom körperlichen Wesen der Dinge hin gerichtete reine Mathematik, in welcher die *geometrische* Bewegung nur die Richtung dieser und die beschriebenen Räume, die *phoronomische* noch die Geschwindigkeit, und die *dynamische* Bewegung auch die bewegte Masse und die wirkenden Kräfte in den Kreis ihrer Betrachtung ziehen.

In der Zeit erblickt FRIES das Nacheinander in der Ordnung des Mannigfaltigen, die anschauliche Verbindung der Existenz der Gegenstände nach *einer* Dimension; im Raum das Nebeneinander mit seinen *drei* Dimensionen, in beiden eine stetige Zusammensetzung- von Größen — wobei er mit KANT unter einer Größe die Extension eines Gedankendinges versteht, der Messung unterworfen und daher wesentlich auf das Endliche beschränkt. Indem er nun die mathematischen Abstraktionen über die Vorstellungen von Zeit und Raum hinausgehen läßt und die Einbildungskraft auf die bloße Vorstellung vorn Zusammenordnen richtet, gelangt er zu der Zahl, wie wir sie heute als den Ausdruck des Verhältnisses verschiedener Setzungen zueinander definieren — „unseres Geistes Produkt“ nennt sie GAUSS. Und ganz den modernen Anschauungen entsprechend besteht für FRIES jede anschauliche Vorstellungsweise nur aus Vorstellungen von stetigen Verbindungen eines mannigfaltigen Gleichartigen, einer stetigen Reihe der Anschauungsform von Zeit und Raum, und der stetigen Reihe des Größeren und Kleineren, sowie sie durch die Zahl als reines Schema der Größe mittelbar nach Begriffen vorgestellt wird. Die allgemeinsten mathematischen Begriffe sind die für alle solche stetigen Reihen gültigen Anordnungsbegriffe. Indem er auf die Axiome durch Abstraktionen zu kommen sucht, mußte ihm der aus der Anschauung der stetigen Reihen gewonnene Satz, daß zwischen bestimmten Grenzen jedesmal ein Teil der Reihe und nur ein Teil derselben möglich ist, als oberstes Axiom gelten; und diesem Axiom ordnet er die vier Postulate zu: das Postulat der durch die Einbildungskraft vollzogenen Beschreibung einer Größe — geometrisch durch Bewegung, arithmetisch durch Zusammensetzung gleichartiger Teile —, das der Begrenzung von Teilen in jedem stetigen Ganzen, das Postulat der Vergrößerung durch Vermehrung der Größe, und endlich das der Anordnung durch Variation derselben — alle in unseren Gedanken vollzogen. Freilich lagen ihm die von hervorragenden Mathematikern aus dem Ende des vorigen Jahrhunderts der Wissenschaft einverleibten Gedanken von der *eindeutigen* Zuordnung der Elemente zweier Reihen noch völlig fern; die Einführung der Begriffe von der gleichen Mächtigkeit der Reihen der ganzen, geraden und algebraischen Zahlen, die eindeutige Abbildbarkeit des unendlichen dreidimensionalen Raumes auf eine beliebig kleine Linie, der ganze Aufbau der Mengentheorie waren erst möglich geworden durch die staunenswerte Entwicklung der Analysis und Geometrie der neueren Zeit.

Während es nun die Geometrie mit der bildlichen Abstraktion und der Zeichnung

räumlicher Figuren zu tun hat, weist FRIES der Arithmetik das Messen, d. h. die Aufgabe zu, Größen nach Begriffen durch Zahl und Rechnung, und nicht nur anschaulich vorzustellen — „eine am meisten wissenschaftliche und der philosophischen Erkenntnisweise ähnliche Aufgabe“. Und nun vertieft er sich in die für die damalige Zeit ganz unüberwindlichen Schwierigkeiten der Arithmetik; es gilt ein Kämpfen und Ringen um die Klarheit der Definitionen, die Präzision der Begriffe und die Berechtigung der Methoden — aber es fehlten, so viele Grundlehren der Mathematik, welche erst zu schaffen waren, um einen Fortschritt in der Erkenntnislehre zu ermöglichen; das wesentlichste Instrument unserer heutigen Arithmetik, die Theorie der unendlichen Reihen, konnte damals seine Kraft und Schärfe noch nicht erweisen. Aber überall sehen wir ihn mit Recht die eigentümlichsten Eigenschaften rein anschaulicher Formen in den miteinander verbundenen der Unendlichkeit und Stetigkeit suchen; hier greifen Mathematik und Metaphysik ineinander, „der erkennende Geist kann den Inbegriff aller Sinnesanschauungen nicht in sich tragen; die Unvollständigkeit der Erkenntnisse bestimmt die Unendlichkeit und Stetigkeit ihrer Gegenstände“. Das Unendliche ist ihm das Unvollendbare, eine Größe unendlich groß, wenn die Zusammensetzung aus Teilen über jedes gegebene Ganze hinaus sich noch weiter fortsetzt, die Unendlichkeit die Unvollständigkeit der Zusammensetzung des Weltganzen in Raum und Zeit.

Es ist von großem Interesse im Hinblick auf die Forschungsergebnisse der letzten 50 Jahre, daß er zwar den Ausführungen von EULER im *allgemeinen* zustimmt, der wohl Größen anerkennt, die jede anzugebende übersteigen, aber nicht solche, die vollendet unendlich groß oder unvermehrbar sind. Aber trotzdem sträubt sich FRIES nicht dagegen, die Welt im Raume und die Vergangenheit in der Zeit als ein gegebenes unendliches Ganzes vorauszusetzen, ja sogar diese Annahme für notwendig zu halten, wenn Raum und Zeit dem wahren Wesen der Dinge und nicht nur der Bestimmung der Gegenstände in der unvollkommenen menschlichen Vorstellungsweise angehören — eine Ansicht, die wohl auch GAUSS geteilt hat. Wir unterscheiden jetzt schärfer ein potentiell- und aktuell-Unendliches; während das erstere die immer noch endlich bleibende, veränderliche, beliebig groß werdende Größe bedeutet, bezeichnet das letztere ein bestimmtes, jenseits aller endlichen Grenzen liegendes Unendliches; es ist wiederum ein noch vermehrbares, in unendlichen Abstufungen, existierendes Quantum und repräsentiert die Verwirklichung einer unendlichen Reihe von Einzelsetzungen, welche durch den unendlichen Prozeß selbst nicht erzielt werden kann. Analog der Unendlichkeit und der unendlich großen Zahl definiert FRIES die Stetigkeit als die Unvollständigkeit der Teilung eines jeden gegebenen Ganzen und nennt eine Größe stetig, wenn kein Teil von ihr der letzte, jede gegebene Teilung sich also noch weiter fortsetzen läßt. Während er sich aber der Einführung des Begriffes vom aktuell-Unendlichgroßen nicht zu verschließen scheint, weist er die Anerkennung des aktuell-Unendlichkleinen entschieden ab — ob mit Recht oder Unrecht, darüber herrscht bis heute noch keine Übereinstimmung unter den Mathematikern; ich will nicht leugnen, daß mir die Einführung auch dieses Begriffes konsequenter erscheint, als wenn man, um geometrisch zu reden, mit EUCLID einen Punkt als ein Raumelement definiert, das keinen Teil hat. Aber ganz im Sinne der Neuzeit wieder spricht er es ausdrücklich aus, daß das Gesetz der Stetigkeit ein Gesetz aus reiner Anschauung und nicht aus Begriffen sei, daß vielmehr unsere Begriffe vermittle des der Vernunft innewohnenden Erkenntnisvermögens des Stetigen so zu ordnen sind, daß sie das Stetige zu fassen vermögen.

Bei der damaligen, geringen Entwicklung der erkenntnistheoretischen Fragen der

mathematischen Wissenschaft konnte FRIES nur das potentiell-Irrationale im Auge haben, wenn er seinen Beweis, daß alle Sätze, welche für rationale Zahlen gelten, auch für irrationale Zahlen bestehen bleiben, darauf stützt, daß man sonst auf eine rationale Grenze stoßen müßte, an der ihre Gültigkeit aufhörte. Wir müssen heute die Irrationalzahl als ein aktuelles, durch eine unendliche Reihe rationaler Zahlen gegebenes Gebilde betrachten von derselben Realität für unsern Geist wie die rationalen Zahlen, und die Gültigkeit der arithmetischen Operationen an der Reihe selbst beweisen; wir können uns die Existenz dieser aktuellen Gebilde nur durch Systeme unendlicher Reihen klar machen, welche sämtlich wachsende kleinere oder abnehmende größere rationale Werte als jene Zahl darstellen und, unter der Annahme der Eindeutigkeit des Treffpunktes dieser Reihensysteme, eben jene Zahl definieren.

Wenn wir aber unsere Begriffe so ordnen, müssen, daß sie das Stetige zu fassen vermögen, dann mußte ihm das Gesetz der Stetigkeit ein metaphysisches, durch die Natur unserer mathematischen Erkenntnisse bestimmtes Grundgesetz aller Veränderungen der Größen nach Naturgesetzen sein; diese Veränderungen um einen bestimmten Grad oder um eine bestimmte Zahl in der Zeit müssen durch alle kleineren Grade oder Zahlen hindurchgehen, und die eigentlichste Aufgabe der Differentialrechnung daher in der Ordnung unserer Begriffe zum Erfassen des Stetigen bestehen. Auch wir richten heute unsere Aufmerksamkeit nicht mehr auf das Continuum, sondern im Sinne des Potentiellen auf die Continuität; wir stellen nur den mathematischen Begriff des Continuum durch empirisch erworbene Kenntnis fest, ohne daß die synthetisch weiter arbeitende Vernunft in Definitionen und Beweisen darauf recurriert.

Bei dem weiteren Aufbau der Differential- und Integralrechnung darf daher FRIES, der das aktuell-Unendlichkleine nicht anerkennt, das Differential auch nicht als eine Fiktion betrachten, sondern nur als einen allgemeinen mathematischen Begriff, eine Abstraktion; indem er Ursachen und Veränderungen sich eine Zeitlang stetig wirkend denkt, erzeugt er eine endliche Veränderung.

Da er sich bei der Begründung der Infinitesimalrechnung ganz von den Anschauungen LAGRANGES leiten läßt, gibt es für ihn in dieser keine theoretischen, sondern nur praktische Schwierigkeiten in der syntaktischen Entwicklung komplizierter Formen. Aber welche Fülle von theoretischen Bedenken, unerwarteten Erscheinungen und interessanten Ergebnissen sind uns seit, jener Zeit für die grundlegenden Begriffe der höheren Analysis entgegengetreten! Freilich entgehen auch FRIES die Bedenken gegen die Exhaustionsmethode nicht, nach welcher wir ebene Figuren und Körper durch stetig sich verändernde Grade und Ebenen ersetzen; da ihm die mathematische Demonstration nur eine Konstruktion für die reine Anschauung ist, erkennt er die Methode nur als vollgültig und konsequent an, wenn die *richtigen* Begriffe vom Unendlichkleinen zugrunde gelegt werden. Im Sinne der jetzigen Mathematik sind aber schon die stetige Wiederholung einer Setzung und die aktuelle Zusammenfassung aller Setzungen nicht dasselbe, und weiter, welches ist denn der *richtige* Begriff vom Unendlichkleinen? NEWTON setzt die endliche Größe nicht aus unendlich kleinen Teilen zusammen, sondern erzeugt sie ebenso wie die Zeit durch stetige Bewegung, GALILEI nimmt an, daß bei einer gleichförmigen Bewegung in gewissen Zeiten gleiche Strecken, in kleineren gleichen Zeiteilchen aber ungleiche Strecken zurückgelegt werden können, sucht also nach der Ansicht der Verteidiger des aktuell-Unendlichkleinen die absolute Einheit im Gebiete des Unendlichkleinen selbst. Und wenn wir im Sinne der Exhaustionsmethode eine Kurve nur als die Zusammenfas-

sung der potentiell-unendlichgroßen Anzahl ihrer Tangenten bezeichnen wollen, so stoßen wir sehr bald auf die Schwierigkeit, daß wir die Werte einer Funktion für jeden Wert der Variablen eindeutig bestimmen können, ohne daß sich das Gesetz für die aufeinander folgenden Tangenten angeben läßt; gibt es doch eindeutig definierte unendliche Reihen, welche im kleinsten Intervalle unendlich viele Stetigkeitsunterbrechungen haben, und überall stetige Reihen, welche für keinen Wert der Variablen einen bestimmten Differentialquotienten besitzen, die sogenannten nicht differenzierbaren Funktionen. Ob aber das Differential wirklich als eine aktuell-unendlichkleine Zahl anzusehen ist, als Zusammenfassung von Differentialien höherer Ordnung, und das Integral als Abschluß eines Prozesses durch eine ursprünglich gesetzte Grenze, mag dahingestellt bleiben — die Vertiefung in diese Frage führt auf die analoge, sehr schwierige Durchdringung physikalischer Vorgänge.

Nach einer eingehenden Behandlung der in der Arithmetik sich bietenden erkenntnistheoretischen Fragen geht FRIES zu einer systematischen Darstellung der Geometrie über, in welcher er, um dem Anspruch auf Vollständigkeit und Gründlichkeit zu genügen, nur zwei Schwierigkeiten sieht, welche die zergliedernde philosophische Methode zu erfordern scheinen: die Theorie der Parallelen und die Beweise durch sukzessive Teilungen ohne Ende. Während aber die philosophische Rechtfertigung der unendlich fortgesetzten Teilung wieder nur die schon früher berührte Analyse des Unendlichkleinen und des Irrationalen erfordert, bedarf die Untersuchung der Parallelentheorie völlig neuer Hilfsmittel. FRIES sucht zunächst dem EUCLID'schen Gedankengange zu folgen und festzustellen, was bei demselben Axiome und was Postulate sind. Er schreibt dem elften Grundsatz von der Parallelität zweier Linien, die von einer dritten unter demselben Winkel geschnitten werden, den Wert einer *Forderung* zu, da er die Möglichkeit begründet, ein Dreieck aus einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln zu zeichnen. Besteht doch die gesamte EUCLID'sche Methode seiner Ansicht, nach nur darin, für den durch seine Punkte, Linien und die anderen Elemente gegebenen Raum zu zeigen, nach welchen Gesetzen aus den einfachen Forderungen der Zeichnung gerader Linien und Kreise zusammengesetztere Zeichnungen möglich werden; dagegen scheinen ihm nur diskursiv zu beweisende Wahrheiten, wie Sätze über die *Möglichkeit* von Punkt und Ebene im Raume u. a., der EUCLID'schen Methode durchaus fern zu liegen.

Er glaubt aber den Axiomen von EUCLID noch ein eigenes Axiom der Richtung hinzufügen zu müssen, um den Aufbau der Geometrie lückenlos herzustellen; denn ohne den Begriff der Bewegung, auf die auch schon EUCLID zur Erzeugung der geraden Linie sich stützen mußte, hält er eine consequente Entwicklung der Geometrie nicht für möglich. So wie die Grundbegriffe der Geometrie, Punkt, Linie, Lage ohne weitere Erklärung als bekannt vorausgesetzt, und erst auf Grand dieser einfacheren Merkmale die weiteren Begriffe dem Verstande durch Erklärung gegeben werden, so soll auch die *Richtung* aus nichts *anderem* erklärt werden können. Unter Voraussetzung des aus der reinen Anschauung unmittelbar entnommenen Begriffes von der Einerleiheit der Richtung unterwirft er diese den Axiomen, daß zwei gerade Linien durch einen Punkt sowie zwei Ebenen durch eine gerade Linie jedesmal einen Winkel miteinander machen, und daß es nur *einen* Raum gibt, in welchem alle unbegrenzten körperlichen Ausdehnungen sich einander decken. Hierauf sich stützend, unternimmt er nach Definition der Parallelität den Beweis des elften Grundsatzes — ob aber die Einführung des Begriffes der Richtung und der genannten Axiome derselben eine größere Einfachheit für einen systematischen Aufbau der Geometrie

als das EUCLID'sche Parallelenpostulat selbst bietet, darüber kann man verschieden urteilen. Die von FRIES angestellten Überlegungen sind aber jedenfalls tiefgehender Natur; weisen sie doch einerseits auf die weitere Entwicklung der Geometrie der Lage hin, andererseits auf eine nachher zu erörternde Eigenschaft unseres dreidimensionalen Raumes bezüglich starrer Systeme.

Er sah ebenso wie KANT den EUCLID'schen Raum nur als eine dem Menschen anhaftende Anschauungsnotwendigkeit, nicht als eine Denknötwendigkeit an — könnte ja *jeder* Raum selbst *wirklich sein*, da wir vom Wesen der Dinge nichts wissen. Aber er war trotzdem weit davon entfernt, den Ausbau einer widerspruchslosen nicht-euclidischen Geometrie für möglich zu halten, wie er heute vor uns liegt.

Während unsere bisherige Geometrie voraussetzt, daß zwei in einer Ebene liegende Gerade, welche auf einer dritten senkrecht stehen, immer in derselben Entfernung voneinander bleiben, macht die nichteuclidische Geometrie die Annahme, daß diese beiden Linien sich von der gemeinsamen Senkrechten aus voneinander entfernen; und auf dieser Basis baute sich das in sich widerspruchslose geometrische System von LOBATSCHESKY und BOLYAI auf. Die tiefliegende Frage, ob der Raum unendlich oder nur unbegrenzt ist, und die Annahme, daß die Gerade eine unendliche, geschlossene Linie ist, führte RIEMANN zu einem, ebenso strengen und einheitlichen Systeme der Geometrie — „jeder wohl definierte Begriff“, sagt FRIES, „ist die mögliche Vorstellung einer Wirklichkeit“. Man konnte dann zwar zeigen, daß, wenn für ein Dreieck die Winkelsumme festgestellt ist, sich für alle Dreiecke bestimmen läßt, ob sie gleich, größer oder kleiner als zwei rechte ist, da die in der EUCLID'schen Geometrie verschwindende, in der LOBATSCHESKY'schen negative, in der RIEMANN'schen positive Differenz der Winkelsumme eines Dreiecks und zwei rechten zu dem Inhalte desselben in einem konstanten Verhältnis steht. Aber durch die tatsächliche Messung der Winkelsumme eines Dreiecks ließ sich, da diese Messung wieder von unseren geometrischen Voraussetzungen abhängt, eine Verifikation eines jener geometrischen Systeme nicht erzielen.

Führen wir noch den mathematischen Begriff der Krümmung ein, so wird das, was die Ebene für die krummen Oberflächen ist, *unser* Raum mit dem Krümmungsmaß Null für die dreidimensionalen Räume höherer Krümmung sein, und HELMHOLTZ wie RIEMANN sehen das Charakteristische *unseres* dreidimensionalen Raumes in der Möglichkeit der Verschiebung starrer Verbindungen.

Durch Abänderung anderer EUCLID'scher Postulate werden wir noch zu anderen geometrischen Systemen geführt, wie z. B. zu der nichtarchimedischen Geometrie, und wir sprechen endlich noch von mehrdimensionalen Räumen, welche das geometrische Gewand algebraischer Wahrheiten für eine beliebige Zahl von Variablen bilden. Alle diese Erweiterungen unserer Erkenntnis weisen, im FRIES'schen Sinne zu reden, auf das Denken als die einzige Quelle der geometrischen Gebilde hin.

Für den Übergang von der Philosophie der reinen Mathematik zu der der reinen Bewegungslehre bezeichnet FRIES als die wesentlichste Aufgabe der letzteren, die Mathematik von NEWTON mit der Philosophie von KANT zu vereinigen. Mit Recht hebt er hervor, daß die Abstraktionen, welche von einzelnen Erfahrungen durch einen regressiven Gedankengang zu allgemeinen Gesetzen führen, uns aus der Fülle des unmittelbaren Empfindens das System der Wirklichkeit, der Natur herausarbeiten. Mittels des *spekulativen* Verfahrens liefern diese Abstraktionen eine Zergliederung unserer eigenen Gedanken und die Erkenntnisse a priori als Material der reinen Theorie; durch Anwendung des *induktiven* Verfahrens erraten wir Naturgesetze, die wir nicht

a priori erkennen, welche aber die Basis für die Entwicklung der empirischen Theorien bilden. Freilich dürfen wir seine Meinung, daß wir durch Geltendmachung mathematischer Wahrheiten für die Materie auch manches für *diese* a priori erkennen, wie die Beharrlichkeit und Trägheit der Masse, heute nicht mehr teilen. Ob er aber mit seiner Ansicht recht behält, daß bei der Ausbildung der angewandten Mathematik die Erklärungsgründe selbst nicht aus der Erfahrung, sondern aus der reinen Bewegungslehre und der Dynamik entlehnt werden müssen, oder ob, wie wir es jetzt ausdrücken, die gesamte mathematische Physik auch wirklich auf der Basis unserer altfundierten Mechanik aufzubauen ist, wissen wir heute noch nicht endgültig zu entscheiden. Während HERTZ, auf HELMHOLTZ sich stützend, alle Kräfte als Reaktion von starren Verbindungen durch die Bewegung verborgener Massen ersetzen will, fordert die heutige Physik, daß wir, um dem Bedürfnis nach ästhetischer und logischer Reinheit zu genügen, nicht nur von der Unveränderlichkeit der Masse, sondern auch von der Allgemeingültigkeit des Trägheitsgesetzes absehen und nur annehmen, daß, je kleiner die Geschwindigkeit der Bewegung gegen die Lichtgeschwindigkeit, mit desto größerer Annäherung das Trägheitsgesetz gültig ist.

Nachdem nun FRIES in seiner Phoronomie präziser als KANT den Unterschied zwischen dem Gleichgewicht der Kräfte im Ruhezustand und in der Bewegung hervorgehoben, beschäftigt er sich eingehend mit der von KANT gegebenen Begründung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte und erläutert, wie dieser, durch Bewegung des Punktes vermöge der einen Kraft und Bewegung des Raumes durch die andere die Zusammensetzung der beiden Kräfte. Aber er läßt auch deutlich erkennen, daß das Prinzip des KANT'schen Beweises sich aus dem statischen Prinzip des Gleichgewichts von Kräften und ihrer Resultante, und dem dynamischen Prinzip zusammensetzt, daß statisch äquivalente Systeme auch hinsichtlich ihrer Bewegung äquivalent sind, und entwickelt, hierauf sowie auf das dynamische Schwerpunktsprinzip sich stützend, die Hebelgesetze und deren Anwendungen, die er alle auch philosophisch faßlich zu machen und zu begründen sucht.

In der Dynamik, in welcher er noch die bewegte Masse und die wirkende Kraft in den Kreis mathematischer, mechanischer und naturphilosophischer Untersuchung ziehen will, analysiert er die Grundbegriffe von der Natur der Materie und hofft, weit über KANT hinausgehend, einen Weg bezeichnen zu können, welcher zur Ermittlung der allgemeinen Gesetze für die Erhaltung der Körperwelt führen soll — aber hier betritt er ohne Aussicht auf Erfolg die damals noch so unsichere Basis der mathematischen und experimentellen Physik.

Mit Recht verwirft er freilich die Ansicht von KANT von der nur vermöge zurückstoßender Kräfte raumerfüllenden Materie und von der *notwendigen* Form der NEWTON'schen Anziehungsgesetze; aber er irrt ebenso, wenn er das Wesen oder die Substanz der Materie, deren Quantität er als Masse bezeichnet, als unmittelbar im Raume vorhanden annimmt und für alle Naturerscheinungen Anziehungskräfte, wenn auch von allgemeinerer Natur als die NEWTON'schen, zugrunde legt — freilich sieht selbst noch HELMHOLTZ in seiner berühmten Arbeit über die Erhaltung der Kraft im Jahre 1847 die Bedingung für die vollständige Begreiflichkeit der Natur in der Lösbarkeit der Aufgabe, die Naturerscheinungen auf unveränderliche, anziehende und abstoßende Kräfte zurückzuführen, deren Intensität von der Entfernung abhängt.

Interessant durch den philosophisch diametralen Gegensatz ist der Vergleich der Anschauungen von KANT und FRIES mit den Ansichten einzelner Physiker unserer

Zeit bezüglich der Maße und deren Unveränderlichkeit. Unter der Annahme eines Postulates der Invarians definieren diese die Masse als eine in bezug auf die Summe zweier Körper additive und distributive Zahl, welche denselben Wert hat für alle Körper, welche durch Transformationen einer im mathematischen Sinne fest definierten Gruppe aufeinander zurückgeführt werden können; und es soll die Masse sogar von der Geschwindigkeit abhängen und über alle Grenzen hinaus zunehmen, wenn die Geschwindigkeit bis zur Lichtgeschwindigkeit anwächst.

Ausführlicher behandelt und philosophisch tiefer angelegt sind seine Grundlehren der Mechanik. Nach FRIES' Anschauung besteht das Sein der Dinge in Substanzen, welche, selbst als unveränderlich bestimmt, nur veränderliche Zustände annehmen, und diese Zustände werden in der Körperwelt durch Ursachen äußerer, anschaulich erkennbarer Verhältnisse hervorgerufen; von diesem Gesichtspunkte aus untersucht er die Natur der Grundsätze NEWTONS, in welchen er die notwendige metaphysisch-mathematische Voraussetzung der ganzen Wissenschaft erblickt. Ihm sind die Gesetze von der Größe der Bewegung und von der Beharrlichkeit von Masse und Kraft notwendige Voraussetzungen für die Erkenntnis der Körperwelt nach Naturgesetzen; das Gesetz der Trägheit dagegen soll die Äußerlichkeit aller Ursachen charakterisieren und der Materie das Leben oder die Kraft der inneren Selbstbestimmung absprechen. Endlich will er das Gesetz von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung durch Anwendung des Trägheitsgesetzes auf den metaphysischen Grundsatz der Wechselwirkung beweisen — Deduktionen, die wir jetzt nicht mehr als beweiskräftig ansehen dürfen. Aber um so mehr müssen wir ihm zustimmen, wenn er immer und immer wieder mit KANT hervorhebt, daß die Formen der Naturgesetze und Grundkräfte der Körperwelt nur Werkzeuge unseres Geistes, und in den Prinzipien der Mechanik wie in denen der reinen Mathematik keine höheren Geheimnisse verborgen sind — „die Geheimnisse der ewigen Wahrheit sind nicht hinter den Formen von Zahl und Rechnung, sondern einzig im Geiste zu suchen“. Und nun wendet er sich an der Hand von LAPLACE zu einer kurzen Entwicklung der sogenannten Prinzipien der Mechanik. In etwas befremdender, aber geistvoller Weise charakterisiert er diese dadurch, daß man bei Herleitung all der künstlichen Abstraktionen zur Aufstellung der Grundgesetze der Mechanik die direkte Berechnung der sich aufhebenden oder modifizierenden inneren Gegenwirkungen der Teile des Systems durch das Gesetz von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung zu beseitigen sucht und dann doch ein Resultat für Ruhe oder Bewegung des *ganzen* Systems erhält.

Er hebt in scharfsinniger Weise hervor, daß das Prinzip der kleinsten Wirkung, als allgemeinstes Grundgesetz für die Berechnung von Bewegungen, eigentlich nur in der Aufhebung aller in den Abstraktionen liegenden Unbestimmtheiten für die Bestimmung des einzelnen Falles bestehe, und nimmt *dieses* Gesetz sowie das von der Erhaltung der lebendigen Kraft als ganz allgemein geltende Naturgesetze in Anspruch. In der Tat hat sich an diese beiden Prinzipien die gesamte Entwicklung der Mechanik und Physik im vorigen Jahrhundert geknüpft. Unsere heutige Energetik, welche die Masse als eine besondere Form der Energie betrachtet, ersetzt die NEWTON'schen Grundsätze durch die Konstanz der Summe der aktuellen und potentiellen Energie und durch das HAMILTON'sche Prinzip, welches in Gestalt eines Variationsprinzips aussagt, daß der Mittelwert aus den Differenzen dieser beiden Energien in jedem Zeitintervall ein Minimum ist. Das Prinzip der kleinsten Wirkung wurde für all die großen Mathematiker, welche die Physik auf idem festen Boden der Mechanik aufbauen wollten, das oberste Prinzip, in dessen Form sie all die Gesetze der

mathematischen Physik hineinzwängen wollten, welche bisher die Erscheinungen der Natur durch Differentialgleichungen beschrieben hatte. Von einem ausgezeichneten mathematischen Physiker der Neuzeit wird jenes Prinzip sogar als die Krone des Relativitätsprinzips bezeichnet und soll in den vier Weltdimensionen des Raumes und der Zeit das Prinzip der Bewegungsgröße und das der Energie in sich vereinigen.

In den weiteren Abschnitten seines Werkes beschäftigt sich FRIES mit den Grundlehren der Physik, Chemie, Morphologie und Phänomenologie, die in dem heutigen Entwicklungsstadium der Naturwissenschaften nur noch historisches Interesse bieten. Aber seine philosophischen Betrachtungen erinnern hier lebhaft an die Schlüsse exakter Forscher der Neuzeit, welche aus der wahrscheinlichen Tatsache, daß die auf einen Punkt wirkenden Kräfte nicht bloß von der Lage der Kraftzentren, sondern auch von der früheren Bewegung des Punktes abhängen, ein Postulat der Vererbung und eine Analogie mit der Entwicklung organischer Arten in der Biologie erblicken wollen.

Die Anerkennung, welche FRIES bereits seit zwei Jahrzehnten bei allen Philosophen seiner Zeit genoß, denen es ernst war mit einer Vertiefung exakter philosophischer Forschung, war durch seine mathematische Naturphilosophie und das im Jahre 1823 erschienene „System der Metaphysik“ noch allgemeiner geworden — aber immer noch mußte man bei dem erneuten Aufblühen des METTERNICH'schen Systems zum Bedauern KARL AUGUSTS die Hoffnung aufgeben, ihn in den Kreis der Universitätsdozenten der Philosophie wieder eintreten zu sehen. Auch die Übernahme einer Professur der Astronomie schlug fehl; „hier wäre ich GOETHES Subaltern geworden, und dieser wollte mich optischen Ketzler nicht so in seiner Nähe haben“. Da bot sich zu Anfang 1824 durch den Abgang des Mathematikers VOIGT eine Gelegenheit, FRIES als akademischen Lehrer zu rehabilitieren. Es wurde ihm gestattet, die Vorlesung über Experimentalphysik und Analysis infinitorum zu übernehmen, aus denen im Jahre 1826 der erste Teil seines Lehrbuches der Naturlehre hervorging, welches sich wieder wesentlich mit mathematischer Physik und Philosophie der Mathematik beschäftigte — bewegte sich doch von jeher hauptsächlich auf diesen Gebieten sein philosophisches Denken. „Nur wer mathematische und physikalische Kenntnisse besitzt, kann zu einem wirklich scharfen und gesunden philosophischen Urteil gelangen“, waren die Worte, welche den richtigen Weg zum philosophischen Studium seinem 17jährigen Schüler ERNST FRIEDRICH APELT zeigen sollten, der wenige Jahre später als einer der hervorragendsten Vertreter der KANT-FRIES'schen Philosophie den Jenenser Lehrstuhl zierte.

Als KARL AUGUST im November 1827 entschied, daß FRIES wieder in die philosophische Fakultät und den akademischen Senat mit allen dadurch bedingten Rechten und Obliegenheiten einzusetzen sei, durften trotzdem seine Vorlesungen über Philosophie zunächst noch nicht im Lektionsverzeichnis angekündigt werden, und erst 1837 wurde der schwergeprüfte Mann durch den Großherzog KARL FRIEDRICH, den Sohn KARL AUGUSTS, von dem jahrelangen Banne befreit.

Wie schon früher, machte er auch jetzt seinen Zuhörern das Studium der Philosophie nicht leicht und bequem; „sie wollten es ihm nicht glauben, daß mit dem strengen und trockenen Kritizismus von KANT sehr wohl eine lebendige Weltanschauung sich verbinden lasse“. Zugleich wurden die Angriffe HEGELS und anderer Philosophen auf KANT, FRIES und deren Schule immer leidenschaftlicher, die Abwehr von FRIES immer erregter: „sie stellen nur Spekulationen darüber an, wie Gott wurde und wird, und nicht, was Menschen dachten und taten, denken und tun sollten.“ Nur das eine

gewährte ihm eine gewisse Genugtuung, daß die Berliner Akademie, an der Spitze viele der hervorragendsten Vertreter der Geisteswissenschaften, wie BOECKH und SCHLEIERMACHER, durch die Urteile von ALEXANDER VON HUMBOLDT, GAUSS, W. WEBER und anderer hervorragender Naturforscher stützig gemacht, HEGEL den Eintritt in die Akademie verwehrten.

Unmittelbar nach seinem erneuten Prorektorat im Jahre 1832 erschien seine zweibändige Geschichte der Philosophie, seine letzte große philosophische Arbeit. Während ALEXANDER v. HUMBOLDT seine gründlichen naturwissenschaftlichen Kenntnisse, verbunden mit Kritik und Sprachkenntnis, bewundert, spricht ihm GAUSS im Mai 1841 unumwunden seine Verehrung und zugleich das Bedauern aus, nicht aus der mündlichen Unterhaltung mit ihm ebensoviel Vergnügen als Belehrung schöpfen zu können: „namentlich haben mich die Schriften mehrerer vielgenannter (vielleicht besser sogenannter) Philosophen, die seit KANT aufgetreten sind, an das Sieb des Bockmelkers erinnert oder an Münchhausens Zopf, an dem er sich selbst aus dem Wasser zog. Der Dilettant würde nicht wagen, vor dem Meister ein solches Bekenntnis abzulegen, wäre es ihm nicht so vorgekommen, als wenn dieser nicht viel anders über jene Verdienste urteilte.“

Es folgte noch eine umfangreichere mathematisch-philosophische Schrift: „Der Versuch einer Kritik der Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung“, die im wesentlichen eine nicht immer anerkennende Analyse der philosophischen Grundsätze enthält, von welchen die französischen und englischen Mathematiker beim Ausbau dieser Disziplin sich leiten ließen; die tiefer liegende Begründung dafür, weshalb diese Kritik eine nicht unberechtigte war, gab nach einem Briefe von WILHELM WEBER an FRIES kein geringerer als GAUSS, dem wir auch in dieser Theorie so vieles verdanken.

Von demselben sittlichen Ernst, von derselben Wahrhaftigkeit getragen wie früher, wendet er sich immer wieder von neuem gegen HEGEL und dessen Schule — aber schon ist ein elegischer Zug nicht zu verkennen, wenn er einen Rückblick auf sein Lebenswerk wirft. Daß TRENDELENBURG sich von HEGEL löst, gibt ihm noch einen Lichtblick in die Zukunft: „vielleicht kommt der Umsturz auch mir zu einigem Vorteil; aber die Leute mögen wenig Wahrheit und wollen ihre Fetische nur neu anstreichen lassen, nicht mit haltbarem Lack, aber doch mit neuen Farben.“

Wiederum wurde er im Winter 1842 zum Prorektor gewählt; aber es war ihm nicht mehr beschieden, sein Amt anzutreten. Nachdem er noch in den Weihnachtsferien seine Prorektoratsrede niedergeschrieben, ein Zeugnis seiner immer lebendigen Begeisterung für alles Hohe und Sittliche, Gute und Wahre, traf ihn am 1. Januar 1843 ein schwerer Schlaganfall; am 9. August ereilte ihn der Tod.

Hochansehnliche Versammlung!

Nur flüchtig durfte ich auf die meiner Wissenschaft näher liegenden Grundlehren des ausgezeichneten Forschers eingehen, der vor hundert Jahren hier in Heidelberg eine Stätte gegründet der Philosophie seines großen Lehrers KANT, welcher nicht viel später an derselben Stelle unser KUNO FISCHER stets so schöne und begeisterte Worte geliehen.

Dem Ausspruch NEWTONS, daß die Geometrie stolz darauf sei, mit so wenigem, was sie anderwärts hernimmt, so viel zu leisten, reihte KANT die bescheidenen Worte an: „von der Metaphysik könnte man dagegen sagen, sie sieht bestürzt, daß sie mit so vielem, als ihr die reine Mathematik darbietet, doch nur so wenig ausrichten kann.“ Aber er fügt mit Recht hinzu, daß das Wenige, doch etwas sei, was die Ma-

thematik in ihrer Anwendung auf Naturwissenschaft unumgänglich braucht und von der Metaphysik borgen müsse, — und heute nach hundert Jahren erblicken wir bei dem ungeahnten Aufschwünge der erkenntnistheoretischen Studien in den exakten Wissenschaften die Philosophie mit Stolz und Freude als treue Verbündete stets an unserer Seite.

Quelle:

Koenigsberger, Leo:

Zur Erinnerung an Jacob Friedrich Fries : Rede gehalten in der Festsitzung der Akademie am 24. April 1911.

Heidelberg : Winter, 1911. - 28 S.

(Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften : Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse ; 1911, 9. Abh.)

3 Die Mathematik — eine Geistes- oder Naturwissenschaft?

Festrede am 24. April 1913

Hochansehnliche Versammlung!

Als vor 150 Jahren der hervorragende Mathematiker und Philosoph LAMBERT für die Einheitlichkeit allen menschlichen Wissens eintrat und sich zur Begründung seiner Ansicht ganz auf den Boden einer realen Raum- und Zeitwelt stellte, da war zu einer überzeugenden Darlegung einer derartigen philosophischen und psychologischen Weltanschauung nicht nur die Genialität geistiger Schaffenskraft erforderlich, sondern auch ein nicht geringes Selbstbewußtsein in der persönlichen Einschätzung einer umfassenden Übersicht über Form und Inhalt der verschiedensten Zweige menschlicher Erkenntnis. Und in der Tat, als LAMBERT, von FRIEDRICH DEM GROSSEN an die Berliner Akademie berufen in der ersten Audienz von diesem gefragt wurde, welche Wissenschaften er vorzüglich verstehe, antwortete er: „alle“, und auf die weitere Frage, wie er all dieses Wissen erlangt habe, erfolgte die stolze, wenn auch nicht ganz höfliche und bescheidene Antwort: „gleich dem berühmten PASCAL, durch mich selbst“. Aber der große König kannte die Schwächen auch genialer Menschen und gewährte dem tiefen Denker seine Gunst bis zu dessen Ende — wußte er doch, welche Verehrung LAMBERT bei den ersten Gelehrten seiner Zeit genoß. „Er halte ihn für das größte Genie Deutschlands“, schrieb KANT an LAMBERT, „und für den Mann, der am besten imstande sei, die Philosophie zu reformieren; keine Zeile wolle er in seinen Werken stehen lassen, die LAMBERT nicht klar und deutlich fände.“

Und doch mußte es LAMBERT noch erleben, daß KANT sehr bald seinen realistischen Standpunkt aufgab und schon in seiner Preisschrift der Berliner Akademie im Jahre 1763 nachwies, daß Philosophie und Mathematik in ihren Methoden nicht nur, sondern auch in der Evidenz ihrer Sätze völlig verschieden sind, da Metaphysik und Moral unzählige Urteile einschließen, welche, streng genommen, unerweislich seien. Seine Sonderung der kritischen von der praktischen Vernunft gab der Klassifikation der Wissenschaften in Geistes- und Naturwissenschaften eine feste Basis und ermöglicht heute im Rückblick auf den während eines Jahrhunderts gewonnenen Zuwachs an menschlicher Erkenntnis auf den verschiedensten Gebieten des Wissens, Glaubens und Fühlens die Erörterung einer mir naheliegenden Frage, ob die Mathematik den Geistes- oder den Naturwissenschaften angehöre.

Aber wir wollen — durch das Beispiel LAMBERTS gewarnt — an diese Frage mit aller Vorsicht und Bescheidenheit herantreten, und zugleich eine Ansicht HARNACKS zu klären suchen, welcher er in den Worten Ausdruck gibt: „Der Begriff der Wissenschaft war damals (im achtzehnten Jahrhundert) noch nicht ein so loses Gefüge von Disziplinen, wie er es in unserem Jahrhundert geworden ist, sondern er schwebte als ein Ganzes vor Augen, und die Ausbildung einer neuen Form wissenschaftlicher Überlieferung und Mitteilung im Gegensatz zur scholastischen beschäftigte die höher Strebenden mindestens ebensowohl, wie die Sache selbst.“

Um eine feste Grundlage für unsere Betrachtungen zu gewinnen, welche zunächst die Geistes- und Naturwissenschaften in ihrer Allgemeinheit charakterisieren und sodann die Stelle bestimmen sollen, welche die Mathematik in der Gesamtheit aller dieser Wissenschaften einnimmt, müssen wir vor allem zum Verständnis der Genesis

einer Wissenschaft die Beantwortung der Frage versuchen, wie kommt menschliche Erkenntnis überhaupt zustande, und wie bauen sich die so gewonnenen Erkenntnisse zu einer Wissenschaft auf?

Wir bekennen uns dabei von vornherein zu der Überzeugung, daß es für den Menschen apriorische Erkenntnisse nicht gibt, daß uns vielmehr die Natur mit geistigen Instrumenten ausgerüstet hat, den mannigfachen Erkenntnisvermögen, und mit festen, durch die Logik gegebenen Normen, nach denen jene zu gebrauchen sind, um Erkenntnisse zu erlangen. So bilden Raum und Zeit die Form der reinen Anschauung und des reinen Denkens, der kategorische Imperativ das Instrument der Ethik, die apriorische Anschauung des Schönen das Erkenntnisvermögen der Ästhetik u. a. mehr. Aber all' diese Instrumente des menschlichen Geistes sowie die Normen des Denkens, an sich leer und inhaltlos, können uns in Wirklichkeit Erkenntnis nur liefern, wenn wir uns auf den Boden der Erfahrung stellen, welche sinnlicher Wahrnehmung physischer Objekte oder innerer Beobachtung seelischer Vorgänge entspringt. Wie wir uns dieser äußeren und inneren Wahrnehmungen bewußt werden, das zu erkennen, ist dem Menschen versagt, und ebensowenig können wir vermöge des an sich leeren Schematismus des Denkens die Gesetze des Denkens selbst erforschen und die uns dafür verliehenen Normen ergründen wollen — die Erwägung all' dieser Fragen gehört nicht in das Gebiet des Wissens, sondern in das des Glaubens und Fühlens, in die Metaphysik.

Aber dessen sind wir uns stets bewußt, daß, um mit Hilfe der uns zu Gebote stehenden geistigen Instrumente und Normen Erkenntnisse zu gewinnen und diese in Handlungen physischer oder psychischer Natur zu betätigen, uns Kräfte verliehen sind, die wir willkürlich nach unserem freien Willen in Wirksamkeit treten lassen — vor allem Vernunft und Verstand. Während die Vernunft eine Erregbarkeit, an sich für unsere Erkenntnis leer und inhaltlos, durch äußere sinnliche oder innere geistige und seelische Affekte zur Tätigkeit anregbar und mittels des Gedächtnisses zur Synthesis der Erkenntnisse mit Hilfe der Gesetze des Denkens befähigt ist, wird der Verstand durch Abstraktion und Analyse die gewonnenen Erkenntnisse nach dem Unendlichen hin erweitern und in die primitivsten Anfänge hin verfolgen; er wird so das menschliche Wissen stetig in die unermeßlichen Tiefen des Raumes und der Zeit leiten, wo die für den Forschungstrieb des Menschen stets so verlockenden Gefilde der Metaphysik menschliches Wissen abwehren und nur Glauben und Fühlen gedeihen lassen. „Wo die Vernunft vorher nichts verbunden hat“, sagt KANT, „kann auch der Verstand nichts auflösen; daher ist Synthesis für das logische Verständnis des Erkennens notwendig das Erste, die Analysis von Bedeutung nur als deren reine Umkehrung.“ Wie und wann aber bei erfahrungsmäßigem Denken die Synthesis der Vernunft einsetzt, um uns Erkenntnisse zu liefern, das werden wir mit Hilfe von Vernunft und Verstand nie begreifen.

Ohne Erfahrung also, ohne bewußte Berührung mit der Außen- und Innenwelt gibt es für uns kein Wissen, keine Erkenntnis des Guten und Schönen, keine Einsicht in die Gesetze der physischen und geistigen Mächte.

Gestatten Sie mir, verehrte Anwesende, daß ich mich, um meinen weiteren Erörterungen und späteren Schlußfolgerungen eine größere Klarheit und Anschaulichkeit zu geben, einer Allegorie bediene, die von HELMHOLTZ in feinsinniger Weise gedichtet worden, als ihm wenige Tage nach dem großen Heidelberger Universitätsjubiläum in eben diesem Saale in der Festsitzung der ophthalmologischen Gesellschaft von DONDERS die erste GRAEFE-Medaille überreicht wurde. Bescheiden und würdevoll

verglichen er seine Verdienste um die Ophthalmologie durch die Erfindung des Augenspiegels mit denen des Schmiedes, welcher den ersten harten Meißel gefertigt, ohne den PHIDIAS seine Kunstwerke in Marmor nicht hätte schaffen können. Und wie hier die Freunde und Schüler GRAEFES *ihn* geehrt, so ließ er PRAXITELES, PAEONIOS u. a. das Andenken ihres Meisters PHIDIAS, welcher den Schmied stets als den Urheber seiner großen Erfolge gerühmt, dadurch feiern, daß sie in ihrer Bescheidenheit — „und bescheiden“, sagt HELMHOLTZ „sind alle hervorragenden Männer gerade in Beziehung auf das, worin sie anderen höchst überlegen sind“ — dem Schmied einen Kranz überreichten, zum Zeichen und Dank dafür, daß er am meisten für die Kunst der Bildnerei getan.

Bei dieser Allegorie wollen wir einen Augenblick verweilen: — PHIDIAS im Besitze jenes Meißels, so wie wir von der Natur ausgerüstet mit den verschiedenen geistigen Instrumenten, den apriorischen Erkenntnisvermögen, diese leer und inhaltlos, so wie jener Meißel an sich weder Form noch Inhalt schaffend. Dem Marmorblock gegenübergestellt, wie wir den Erscheinungen der Außen- und Innenwelt, wird er, wenn auch bereits im Besitze der aus der Erfahrung entnommenen Begriffe von Zahl und Gestalt den Meißel noch nicht dazu benutzen können, seine geniale künstlerische Begabung in sichtbaren Schöpfungen zu betätigen. Er wird sehr bald die Überzeugung gewinnen, daß er zunächst Einsicht erlangen muß in den richtigen Gebrauch seiner eigenen physischen Kräfte, um den Block nicht zu zerstören und für seine Zwecke unbrauchbar zu machen; er wird erkennen, daß der Erfolg seiner Arbeit wesentlich von der Farbe des Marmors, dessen Sprödigkeit und anderen Eigenschaften des Materials abhängt, und — wie es jeder Naturforscher in seinem eignen Wissensgebiete tut — so wird auch er die Richtigkeit seiner Beobachtungen durch neue Erfahrungen zu prüfen haben. Jetzt erst wird sich PHIDIAS die Frage aufdrängen, wie er den Meißel zu brauchen habe, damit die seinem Geiste vorschwebenden und in Marmor zu fertigenden Götter- und Menschengestalten die Gesetze der Schönheit befriedigen. Und so wie unsere geistigen Instrumente von Vernunft und Verstand nach den festen Normen des Denkens geleitet werden, so konnte nunmehr der Meißel des PHIDIAS, geführt durch die festen Normen ästhetischen Fühlens, mit denen die Natur den Künstler begnadet hat, jene Kunstwerke entstehen lassen, den Gesetzen der Schönheit folgend, die in der Seele ihres Schöpfers verborgen lagen und bewußt oder unbewußt in die Wirklichkeit traten.

So baut sich überall auf dem Boden der Erfahrung mittels der verschiedenen Erkenntnisvermögen und den festen Normen des Denkens und Fühlens Kunst und Wissenschaft auf.

„Das wahrnehmende Erkennen des entwickelten Bewußtseins“, sagt BENNO ERDMANN in seiner neuesten Arbeit: Erkennen und Verstehen, „vollzieht sich ausnahmslos unter der Mitwirkung von Gedächtnishilfen, die teils Gedächtnisresiduen früherer Wahrnehmungen sind, teils Vorstellungen darbieten, die aus den früheren Wahrnehmungen abgeleitet sind. Alle Wahrnehmungen des entwickelten Bewußtseins sind demgemäß Bestandteile der Erfahrung.“

Ob aber all' die geistigen Kräfte und Erkenntnisvermögen, wie Vernunft, Verstand, Gedächtnis und der freie Wille des Menschen, sowie das Gewissen, der kategorische oder energetische Imperativ und das anthropologische Prinzip von der Würde der Person auch in Wahrheit verschieden sind, wer vermag diese Frage zu beantworten? — vielleicht entspringen sie alle einer gemeinsamen Wurzel, der höchsten physischen und geistigen Macht in der leblosen und lebendigen Natur. Die Erforschung

der Einheitlichkeit unserer geistigen Kräfte und somit auch der Einheitlichkeit allen menschlichen Wissens und Fühlens bildet das wichtigste und schwierigste Problem aller Geistes- und Kulturwissenschaften und ist eng verknüpft mit der Frage nach dem charakteristischen Unterschied der Geistes- und Naturwissenschaften.

Als ich in einem Briefe an KUNO FISCHER im Jahre 1875 bei Gelegenheit seiner Prorektoratsrede „Über das Problem der menschlichen Freiheit“ eben jenen Gedanken Ausdruck gab, schrieb mir dieser ausgezeichnete Philosoph und Psychologe:

„Sie haben genau den Punkt bezeichnet, in den ich alles Gewicht gelegt haben wollte, die *Reduktion* (nicht die Lösung) des Problems auf die Frage des *Gewissens*. Ich wollte dem Determinismus in alle Wege folgen, die er mit Sicherheit geht, auf denen die ordinäre Freiheitslehre herumstolziert, ungeschickt und ohne Menschenkenntnis, ich wollte aber auch den Punkt bezeichnen, wo dem Determinismus mit seinen tiefsten Gedanken die Menschenkenntnis ausgeht; ich wünsche der menschlichen Natur adaequater geurteilt zu haben.“

Und in der ihm eignen Art, mit der er ihm unsympathische Anschauungen abwies, fügte er hinzu: „Ich wünsche mir darum nichts besseres, als die Anerkennung solcher Männer, die Natur haben; deren Urteil und Befriedigung gelten mir darum tausendmal mehr als das sogenannter Fachmänner. Die Natur ist kein Fach, oder sie ist wenigstens heutigen Tages nicht das Fach aller Philosophen.“

Auf Grund der nun entwickelten Auffassung unserer Beziehung zur Welt, als der Gesamtheit der Substanzen und Gedankendinge, werden wir die Erkenntnisse, welche nicht auf Wahrnehmungen und Erlebnissen äußerer oder innerer Natur sich aufbauen, in die Gebiete des Glaubens verweisen, in den Gebieten des Wissens dagegen Geistes- und Naturwissenschaften voneinander scheiden, je nachdem dieselben von innerer seelischer Erfahrung an idealen, immateriellen Objekten oder sinnlicher Wahrnehmung der außer uns liegenden Welt ausgehen. Zu den ersteren gehören die Logik und die rein spekulativen Teile der Ethik, der Ästhetik, der Sprachwissenschaften, der Geschichte, der Sozialwissenschaften und des Naturrechts, denen die Mathematik und all die einzelnen Disziplinen derjenigen Wissenschaften gegenüberstehen, deren Forschungsgebiet durch die verschiedenartigen Erscheinungen der äußeren Natur bestimmt wird. Aber so wie die materielle und geistige Natur ein Ganzes bildet, das sich nicht durch einen scharfen Schnitt in zwei wohldefinierte Teile zerlegen läßt, so wird auch die Trennung der verschiedenen Wissensgebiete ein beständiges Übergreifen der Wissenschaften ineinander nicht hindern, ja sogar unabweislich erfordern. Während diejenigen Teile der Geisteswissenschaften, welche auf dem Boden der Erfahrung an der äußeren Natur sich aufbauen, den Naturwissenschaften sich einordnen, werden die biologischen Disziplinen der Naturwissenschaften beständig auf Fragen geführt, zu deren Beantwortung die mechanistische Weltanschauung nicht ausreicht; es müssen vielmehr zum Verständnis der in der lebendigen Natur wirkenden Geistes- und Seelenkräfte die den Geisteswissenschaften zugesprochenen Erkenntnisvermögen zur Geltung gelangen.

So schließen sich in der Kette der Wissenschaften die Geistes- und Naturwissenschaften aneinander, und wie die Logik mit den uns von der Natur verliehenen festen Denkformen an der Spitze aller Wissenschaften steht, so darf die Mathematik, aufgebaut nur auf den Anschauungen von Raum und Zeit mit der geringsten Zahl von Axiomen, Postulaten und Hypothesen ihre Stelle als oberste und einfachste aller Naturwissenschaften beanspruchen — aber sie bleibt der Logik untergeordnet; WINDELBAND hat Recht, wenn er sagt: „es gibt keine Mathematik der Logik, wohl aber

eine Logik der Mathematik.“

Die Logik als Wissenschaft kann uns jedoch neue Erkenntnisse nicht schaffen, da wir nur mit Hilfe unserer Vernunft die apriorischen Normen des Denkens im synthetischen Aufbau zu komplizierteren Denkgesetzen ausgestalten, aber mit unserem Verstande nicht durch Abstraktion und Analyse die Natur der Denkgesetze selbst ergründen können. Und so tritt uns die nicht ganz einfache Frage entgegen, ob uns denn die mathematische Wissenschaft mit neuen Erkenntnissen bereichert oder ob uns der Kalkül auch nur formale Umgestaltungen einfacher Wahrheiten liefert, die wir in ein mathematisches Gewand gekleidet haben.

Wenn BUFFON mit seinem Aussprüche Recht hätte: „il n’y a dans les mathématiques que ce que nous y avons mis“, dann wäre die Mathematik so wenig wie die Logik eine Kulturwissenschaft in dem Sinne, daß ihre Fortentwicklung unseren Gesichtskreis erweitert für die großen Probleme einer philosophischen Weltanschauung und für das lebendige Auffassen der mannigfachen und vielgestaltigen Rätsel, welche die Natur der menschlichen Anschauung und Erkenntnis darbietet. In der Tat war dies die Meinung GOETHES, welcher, den mathematischen Abstraktionen anschauungsloser Begriffe abhold, der Mathematik nur eine formale Bedeutung zuerkennen und ihr jede Befähigung absprechen wollte, ein tieferes Eindringen in die Gesetze der Natur zu ermöglichen; „die Natur müsse ihre Geheimnisse selbst darlegen, da sie die durchsichtigste Darstellung ihres idealen Inhaltes sei.“

Von größerer Bedeutung ist dagegen der Ausspruch des ausgezeichneten Mathematikers POINSOT in seinem Mémoire: Sur la théorie et détermination de l’équateur du système solaire:

„Der Kalkül ist ein Instrument, welches nichts durch sich selbst hervorbringt und gewissermaßen nur die Gedanken wiedergibt, die man ihm anvertraut. Wenn wir nur unvollkommene Begriffe besitzen oder wenn unser Geist eine Frage nur unter einem beschränkten Gesichtspunkte betrachtet, so werden uns weder die Analysis noch der Kalkül größere Klarheit bringen, und sie werden unseren Resultaten nicht größere Sicherheit und Ausdehnung verleihen. Es läßt sich im Gegenteil behaupten, daß diese Kunst, falsche und vage Ideen zu verwirklichen, nur geeignet ist, die Irrtümer dadurch, daß man ihnen eine Art von Festigkeit gibt, dauerhafter zu machen.“

Auf diese Anschauung POINSOTS kam CHEVREUL im Jahre 1870 in seinem Werke: „De la méthode à posteriori expérimentale“ wieder zurück und veranlaßte den bedeutendsten französischen Mathematiker aus der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts CHARLES HERMITE, zu dieser Auffassung der mathematischen Wissenschaft Stellung zu nehmen. HERMITE will nun die Behauptung POINSOTS mit dessen eigenen Worten widerlegen, wonach wir, die wir an Raum und Zeit gebannt sind, zwar Linien und Winkel messen und die Zeit zählen können, jedoch Massen- und Trägheitsmomente von Körpern zu messen außerstande sind, weil diese nicht nur von den sichtbaren Dimensionen, sondern von der Materie der Körper und ihrer Dichtigkeit abhängen, welche uns völlig unbekannt sind. „Wenn sich aber“, führt POINSOT in scheinbarem Widerspruch hierzu in seiner Arbeit weiter aus, „Körper nach irgend einem Gesetze anziehen, so genügt es, die Entfernungen und Bewegungen dieser Körper zu beobachten, um die Verhältnisse zwischen ihren Maßen und Trägheitsmomenten zu entdecken, indem man nur die Beobachtungen in so vielen Epochen zu wiederholen hat, als die für die Bestimmung notwendigen Gleichungen Unbekannte liefern.“

„Ist es möglich“, fragt HERMITE, „ein schlagenderes Beispiel einer Untersuchung

zu ersinnen, welche unter einem beschränkten Gesichtspunkte betrachtet die Macht des Kalküls und der reinen Analysis für die Vertiefung unserer Einsicht und Erkenntnis deutlicher zeigt? Die ganze Wissenschaft scheint mir ein Protest gegen die Behauptung POINSOTS zu sein.“

Dieser Teil der Widerlegung trifft jedoch zunächst noch nicht den Kern der Behauptung POINSOT's, der offenbar einen charakteristischen Unterschied zwischen der reinen Mathematik und der theoretischen Naturwissenschaft festlegen wollte, und ebensowenig konnte die in feinsinniger Weise von CHEVREUL formulierte Klassifikation der Mathematiker in *géomètres inventeurs* und *géomètres médiocres* die Behauptung POINSOT's, soweit sie die reine abstrakte Mathematik betrifft, entkräften — wenn wir auch CHEVREUL wohl werden beistimmen müssen, daß häufig Hypothesen, die von großen Forschern bewußt oder unbewußt zum Aufbau zahlen-theoretischer oder analytischer Gebilde verwendet werden, erst durch die Analyse dieser Beziehungen klar erkannt und wir so zur Erweiterung unserer rein mathematischen Erkenntnisse geführt werden

Aber nun wendet sich HERMITE in überaus geistvollen Gedankengängen auch direkt gegen die Anschauung, daß durch Rechnung neue Erkenntnisse nicht gewonnen werden können.

„Besteht doch die Analysis“, sagt er, „nicht nur aus einem Ensemble von Übereinkommen, und ist doch die Rechnung keine Wissenschaft von Bezeichnungen; denn man muß in der Analysis das, was Objekt des Kalküls ist, von den Methoden und Resultaten unterscheiden, welche sie liefert — so wie in der Chemie, Physiologie und den beschreibenden Naturwissenschaften die toten oder lebendigen Körper, welche diese zu Objekten ihrer Studien wählen, ohne sie zu schaffen, zu unterscheiden sind von den Forschungsmethoden und deren Resultaten. Die Gegenstände des Kalküls erscheinen zuerst nicht mit der objektiven Realität der Mineralien und Tiere, aber die ganzen Zahlen, zum Beispiel, erscheinen nicht weniger unabhängig von jeder willkürlichen Konvention. Wir können aber zwischen den beiden Erkenntnisarten den notwendigen und fundamentalen Unterschied feststellen, daß die verschiedenen Größen, welche den Gegenstand der Mathematik bilden, mit einer Definition eingeführt werden, welche sie vollständig und absolut charakterisiert, während man nicht behaupten kann, auf eine solche Weise die Attribute eines Phänomens zu kennen, welches sich auf ein konkretes Wesen bezieht.“

In Wirklichkeit liefert also die Mathematik Erkenntnisse und ist in dem früher angegebenen Sinne eine Naturwissenschaft, für welche Raum und Zeit die einzigen Anschauungsformen bilden zur Ordnung der räumlichen und zeitlichen Mannigfaltigkeiten der Erscheinungen. Sie gibt den Begriffen Zahl, Gestalt und Dauer ihre Entstehung, und auf diesen baut sich mit Hilfe von Definitionen und den Hypothesen des Unendlichen und der Stetigkeit mit ihren Axiomen und Postulaten die gesamte mathematische Wissenschaft auf.

Vor mehr als 30 Jahren charakterisierte ich, noch ohne Kenntnis des CHEVREUL'schen Werkes, in einem Briefwechsel mit HERMITE in ähnlicher Weise die Mathematik als eine Naturwissenschaft und begründete die Behauptung, daß es für uns apriorische Erkenntnisse ohne Erfahrung überhaupt nicht gebe, da wir sonst zu einer Philosophie gelangten, die, vom Irdischen befreit, nur für eine überirdische Welt gälte, worauf mir dieser erwiderte:

„Le sentiment exprimé dans ce passage de votre dernière lettre, où vous me dites: à plus je réfléchis sur toutes ces choses, plus je reconnais que les mathématiques

forment une science expérimentale, aussi bien que toutes les autres sciences“, et dans cet autre passage: „il me semble, que la tche principale, actuellement de mme que pour l’histoire naturelle descriptive consiste à amasser le plus possible de matériaux et à découvrir des principes en classant et décrivant ces matériaux — ce sentiment, dis-je, est aussi le mien, et sous une forme simple et précise vous avez résumé à l’égard des mathématiques l’intime et profonde conviction de toute ma vie de géomètre.“

Aber HERMITE geht weiter, und wenn er es auch nicht ausdrücklich hervorhebt, so reklamiert er die Mathematik doch mit Recht auch als eine Geisteswissenschaft.

„Je crois donc“, so schließt er seine briefliche Mitteilung, „que l’Analyse la plus abstraite est en grande partie une science d’observations, j’assimile absolument le complexe des notions connues et à connaître dans ce domaine de l’Analyse, à celles des sciences naturelles, les notions de l’Analyse ayant leur individualité propre, leurs figures, si je puis dire, et leurs corrélations multipliées, au même degré que les animaux et les plantes. J’ajoute, que ces notions de l’Analyse ont en dehors de nous leur existence, qu’elles constituent un ensemble dont une partie seulement nous est révélée, mystérieusement mais incontestablement associé à cet autre ensemble de choses que nous percevons par la voie des sens.“

Aber eine Naturwissenschaft, deren Objekte die Zahlen, absolut geistige, von der physischen Natur völlig losgelöste Individuen sind, ein Erforschungs- und Erkenntnisgebiet rein idealer Gestalten dürfen wir in der Tat mit demselben Rechte eine Geisteswissenschaft nennen wie die Ethik und Ästhetik, ohne deshalb mit KANT anzunehmen, daß die Mathematik in eignen, aus der Vernunft entnommenen Gesetzen erst die Grundlagen der Erfahrung schaffe, selbst aber von der Erfahrung unabhängig sei. Die Mathematik geht vielmehr von der Erfahrung aus, baut aber sodann vermöge unserer geistigen Kräfte ein System von apriorischen, von der Erfahrung völlig unabhängigen Urteilen auf und trägt so vermöge jenes Ausgangspunktes die Gültigkeit ihrer Urteile in sich.

Vielleicht werden alle diese Überlegungen es nicht unberechtigt erscheinen lassen, für die Mathematik das Bürgerrecht im Reiche der Geistes- und Kulturwissenschaften zu beanspruchen — sie ist in eminentem Sinne eine philosophische Wissenschaft, aber sie ist auch eine Sprachwissenschaft mit allen Schönheiten der Form und der Tiefe der Gedanken, die freilich nur der erkennen und fühlen kann, der die Sprache versteht; ein Lexikon für die Werke von EULER oder GAUSS würde, kulturwissenschaftlich betrachtet, nicht zurückstehen gegen ein solches der Schriften von PLAUTUS und TERENCE.

Mit Recht sagt HENRI POINCARÉ in seinem letzten Vortrage, den er im vorigen Jahre in Wien gehalten:

„Dichter, die diesen Namen verdienen, sind stets feine Beobachter, sie haben Menschenkenntnis. Und wie notwendig ist es für den wissenschaftlichen Forscher, in jedem Gebiete in Menschenseelen zu lesen! Auch glaube man ja nicht, daß die wissenschaftliche Tätigkeit eine rein logische ist. Der Mann der Wissenschaft muß auch die Gabe der Intuition besitzen, er muß erraten können. Diese seelischen Qualitäten werden durch literarische und speziell durch klassische Studien gefördert, geschärft und zur Reife gebracht. Das ist der praktische, methodologische Nutzen dieser Studien. Der Mathematiker muß Humanist sein.“

Und so will auch die Mathematik als ebenbürtig von den Humanisten geachtet sein; sie liefert als Geistes- und Naturwissenschaft den Beweis dafür, daß das scheinbar lose Gefüge all der Einzelwissenschaften an einen festen Faden geknüpft

ist, welcher den großen Gedanken von der Einheitlichkeit aller Wissenschaften repräsentiert. Von diesem Einheitsgedanken geleitet und von der Gemeinsamkeit in der Anwendung des Prinzips der kritischen Forschung auf allen Wissensgebieten überzeugt wollte LEIBNIZ die Berliner Akademie bestimmen, eine große Enzyklopädie alles Wissenswürdigen, oder Logarithmentafeln aller Wissenschaften anzufertigen.

Verehrte Anwesende! Ich bin mir dessen wohl bewußt, daß durch die Tradition geheiligte Anschauungen schwer durch abstrakte Argumente zu erschüttern sind — denn das bloße Denken ist nicht, wie KANT meinte, die Quelle des Seins — und so wird auch meine schwache Stimme ungehört verhallen, wenn ich die Vertreter der Geistes- und Kulturwissenschaften in unserer Gelehrtenwelt in aller Bescheidenheit bitte, der Mathematik einen Platz in ihrer Mitte einzuräumen — auch *ihre* Wissensgebiete können nicht ganz der Erfahrung entbehren.

Möge diese Bitte eine Unterstützung finden in einem charakteristischen Aussprüche FRIEDRICH DES GROSSEN, dessen Wertschätzung und Entgegenkommen gegen jegliche Art geistigen Schaffens ich schon am Beginn meines Vortrages zu rühmen hatte. Nachdem sich der König lange gegen den Wunsch MAUPERTUIS' gesträubt, den Prinzen RADZIWIŁL in die Akademie aufnehmen zu lassen — „da darf kein Fürst und kein Mönch hinein“ —, mußte er doch endlich dem wiederholten Drängen hervorragender Akademiker nachgeben, und der große Psychologe tat dies resigniert mit den Worten:

„Diese Menschen dienen als Schönheitspflasterchen für solche, welche nicht so unbedeutend sind wie sie; bei der Königin von Polen erinnere ich mich, eine Negerin gesehen zu haben, ein afrikanisches Monstrum, und ich kann nicht leugnen, an ihrer Seite nahm sich die Königin weniger abschreckend aus.“

Lassen Sie mich die Hoffnung aussprechen, daß unsere dunkle Farbe allmählich verblassen, daß die Negerin ihre Menschenrechte geltend machen wird, und daß die Mathematik als gleichberechtigtes Glied im großen Reiche der Geisteswissenschaften sich wird betätigen können.

Als vor hundert Jahren Egoismus und Ehrgeiz, getragen von höchster Genialität und unermeßlicher Tatkraft den Unterschied zwischen den Nationen zu verwischen und die Selbständigkeit und Freiheit der Völker zu vernichten sich erkühnte, da schufen, fern von dem Toben des Krieges und unbekümmert um das durch unerhörte kriegerische Triumphe berauschte Volk, die großen französischen Philosophen und Mathematiker ihre unsterblichen Werke, die Grundlagen unserer heutigen Wissenschaft. Und als das deutsche Volk sich erhob zur Wiedererkämpfung der ihm ureigensten Rechte der Existenz und Freiheit, und ganz Deutschland in ein Kriegs- und Siegeslager verwandelte, da waren es GOETHE, der Fürst im Reiche der Geisteswissenschaften, und GAUSS, der princeps mathematicorum, welche die Stürme draußen von sich abwehrend das Wiedererwachen des geistigen Lebens in Deutschland vorbereiteten und im Verein mit WILHELM V. HUMBOLDT und anderen weitblickenden und genialen Männern auf dem von LEIBNIZ, EULER und KANT geebneten Boden die unvergänglichen Fundamente legten sowohl für einen philosophischen und doch dem Leben angepaßten Aufbau der Ethik und Ästhetik, als auch für eine mächtige Fortentwicklung der Mathematik und Naturwissenschaften, die sie in staunenswerter Weise förderten. Auch *deren* Aufruf an die Gebildeten der deutschen Nation verhallte nicht ungehört, und es wurde im Laufe der folgenden Jahrzehnte eine Brücke des Geistes geschlagen zwischen all' den Nationen, verschieden in Sprache, Sitten und Gebräuchen — ein Fortschritt ohne gleichen in Kunst und Wissenschaft entrollt sich

vor unserm Auge im Rückblick auf das neunzehnte Jahrhundert. Und so dürfte es wohl auch nicht vermessen erscheinen, heute die Hoffnung auszusprechen, daß, wie die Nationen mit Recht ihre Eigenart bewahren und ihre individuelle materielle und geistige Fortentwicklung pflegen, während sie alle durch das gemeinsame Band, die Kulturentwicklung der gesamten Menschheit, miteinander zusammenhängen, so auch das Charakteristische in den Gebilden der Einzelwissenschaften fortbestehen, ja sogar sich vertiefen wird, daß aber eine Trennung in Geistes- und Naturwissenschaften, wie eine Sonderung von Geist und Natur überhaupt, immer mehr verschwinden, und in dem Individuellen all' der einzelnen Wissenschaften sich nur die verschiedenen Seiten einer großen und umfassenden Kulturwissenschaft offenbaren werden.

Quelle:

Koenigsberger, Leo: Die Mathematik — eine Geistes- oder Naturwissenschaft? : Festrede in der Sitzung der Gesamtakademie am 24. April 1913

Heidelberg, 1913. - 15 S.

(Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften : Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse : Abteilung A ; 1913, 8. Abh.)